

هدف درک : آشنایی با مفاهیم

و ابزارهای ریاضی در کاربرد زبان

۱- مفاهیم زبانها و رشتهها

۲- عبارات منظم (Regular expression)

۳- گرامرها

۴- مفهوم ابهام در گرامرها، ساخت و رفع ابهام

۵- ماشینهای منتهی (Finite Automatas)

۶- تبدیل سازش ϵ مالت و تبدیل NFA به DFAتعریف الفبا زبان : مجموعه ای محدود و منتهی از نمادها و سندها و معمولاً
الفبای زبان را با Σ نشان می دهیم، مقدار مطلق $|\Sigma|$ نشان می دهد

$$\left. \begin{array}{l} \text{الفبا با مقدار نامتناهی} \\ \Sigma = \{0, 1\} \\ |\Sigma| = 2 \end{array} \right\} \text{الفبای زبانهای باینری}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الفبا با مقدار نامتناهی} \\ \Sigma = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \\ |\Sigma| = \infty \end{array} \right\} \text{الفبای اعداد صحیح}$$

توضیح: دنباله ای منتهی از نمادهای الفبای که معمولاً آنرا با حرف کوچک انگلیسی
الفبای لاتین نشان می دهیم. همچنین طول رشته را نیز با علامت مقدار مطلق نشان می دهیم

$$w = abc \Rightarrow |w| = 3$$

تقریباً لامبدا : منظور از این دو نماد رشته ای به طول صفر است که به آن رشته بوج یا Null می گویند

$$a \cdot \epsilon = a \quad \epsilon \cdot a = a \quad \text{لامبدا}$$

$$\epsilon^n = \epsilon \quad a^0 = \epsilon \quad \text{(Concatenation) یا اتصال رشته ها به یکدیگر}$$

از نمادهای قرارگرفته در رشته ها، الحاق رشته ها

الحاق می افتد و آنرا با نماد نقطه یا بدون علامت

نشان می دهیم و کاملاً با ضرب فرق دارد. مثلاً اگر

جایز جایی در الحاق می دهیم

$$w = a_1 a_2 a_3 \dots a_n$$

$$p = b_1 b_2 \dots b_m$$

$$w.p = a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m$$

$$p.w = b_1 \dots b_m a_1 \dots a_n$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$(p.q).r = p.(q.r)$$

$$p = ab$$

$$q = bc$$

$$r = d$$

$$abbc d$$

$$|p.q| = ? \quad |p| + |q|$$

توان رشته: از تکرار و اتصال بد رشته به خودی توان رشته ایجاد می شود
 $a^n = \underbrace{a a a \dots a}_n$
 $(ab)^3 = ababab$

مثال: اگر رشته $w = abc$ باشد ۵ توان اول این رشته را بنویسید

$$w^0 = \epsilon$$

$$w^1 = abc$$

$$w^2 = abc$$

$$w^3 = abc \ abc \ abc$$

$$w^4 = abc \ abc \ abc \ abc$$

تعمیم زبانی (Language)

به مجموعه ای از رشته های عضو مجموعه زبانی می گویند و آن را با L نشان می دهیم.

نکته: زبان را به سه شکل مختلفا تعریف می کنیم: ۱- با توصیف زبانی طبیعی ۲- با بیان

اعضای آن ۳- با بیان ریاضی

مثال: مجموعه رشته های با تعداد صفر و یک آنرا برابر بودن و این تعداد صفر و یک ها ظاهر می شوند.

$$L = \{ \epsilon, 0, 1, 00, 11, 000, 111, 0000, 1111, \dots \}$$

$$L = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 0 \}$$

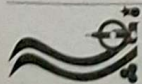
لحظه متناهی بودن n برابر متناهی بودن

$$\begin{aligned} 0^1 1^1 &\rightarrow 01 \\ 0^2 1^2 &\rightarrow 0011 \\ 0^3 1^3 &\rightarrow 000111 \\ 0^0 1^0 &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

اتصال دو مجموعه از رشته ها

اگر X و Y دو مجموعه از رشته ها باشند
 آنگاه از اتصال این دو مجموعه رشته های
 جدیدی شکل می گیرند که یکسری اول رشته از
 X و بقیه از Y باشند

صفحه بعدی



Subject :

Year :

Month :

Date :

$$X = \{0, 1, 00\} \quad X \cdot Y = \{0, 01, 02, 1, 11, 12, \dots, 001, \dots, 002\}$$

$$Y = \{1, 1, 2\} \quad Y \cdot X = \{0, 1, 00, 01, 11, 10, 2, 21, 20\}$$

$$\downarrow$$

$$X \cdot Y \neq Y \cdot X$$

تعریف عمل ستار یا Closure

(تکرار)

اگر a کویت یک نماد یا سبیل از الفبا باشد آنگاه a^* مجموعه تمام تکرارهای ممکن از a است.

$$a^* = \{ \epsilon, a, aa, aaa, \dots \}$$

$$a^+ = \{ a, aa, aaa, aaaa, \dots \}$$

$a^?$ مجموعه تمام تکرارهای ممکن از a است.

$$a^? = \{ \epsilon, a \}$$

$$a^+ = a^* - \{ \epsilon \}$$

$$a^* = a^+ \cup \{ \epsilon \}$$

$$ab^* = \{ \epsilon, ab, abab, ababab, \dots \}$$

$$(aa)^+ \cdot bb = \{ aabb, aaaaabb, aaaaaaabb, \dots \}$$

مکس و مینوس: اگر w یک سبیل باشد آنگاه w^R معکوس آن را می‌گویند.

$$|w| = |w^R|$$

$$w = aaba \rightarrow w^R = abaa$$

$$|w| = 4 \quad |w^R| = 4$$

مثال: اگر $L = \{ a^n b \mid n \geq 0 \}$ آنگاه $L^R = \{ b a^n \mid n \geq 0 \}$

$$\{ a^n \cdot b \mid n \geq 0 \} \xrightarrow{\text{معکوس}} \{ b, ab, aab, \dots \}$$

$$\{ b, ab, aab, \dots \} \xrightarrow{\text{معکوس}} \{ b, ba, baa, \dots \} = L^R = \{ b \cdot a^n \mid n \geq 0 \}$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

کمرین: آر $r = ba$, $w = ab$ w و r سہ ماہی کے الفاظ

$$\Sigma = \{a, b\}$$

بائیں کا کٹاؤ ہر سمت آؤں

$$w^R = ba$$

$$w^R \text{ (1)}$$

$$w.r = abb$$

$$w.r \text{ (2)}$$

$$w^* = \{ \epsilon, ab, abab, \dots \}$$

$$L_1 = w^*.a \text{ (3)}$$

$$w^*.a = \{ a, aba, ababa, \dots \}$$

$$L_2 = bb.r^+ \text{ (4)}$$

$$\{ bbb, bbbb, bbbbbb, \dots \}$$

$$L_3 = b.r^*.aa \text{ (5)}$$

$$b.r^*.aa = \{ baa, bbaa, bbbbaa, \dots \}$$

$$L_1, R \text{ (6)}$$

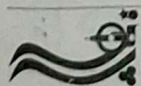
$$L_1 = \{$$

$$L_1, R^+ \text{ (7)}$$

$$L_1, R \text{ (8)}$$

$$w^+.bb \text{ (9)}$$

$$aa.r^* \text{ (10)}$$



عبارت منظم (Regular Expressions)

هر عبارت منظم تولیدکننده مجموعه‌ای از رشته‌ها بوده و با این تعریف لامبدا یا ϵ عبارت منظم است چون رشته‌ای به طول صفر ایجاد می‌کند. در عبارت منظم اولویت عملیات با ابتدا با پرانتز سپس بستن سپس الحاق و در انتها عمود می‌باشد

pipeline

نکته

- ① $\overbrace{r}^r . \overbrace{\lambda}^{\lambda} = \overbrace{\lambda}^{\lambda} . \overbrace{r}^r = r$
- ② $r^+ \cup \{\lambda\} = r^*$
- ③ $r^* - \{\lambda\} = r^+$
- ④ $(r^*)^* = r^*$
- ⑤ $r | s = s | r$
- ⑥ $r . r^* = r^+$
- ⑦ $\underbrace{r . r^*}_{r^+} \cup \{\lambda\} = r^*$

$$\delta \quad r | s = r + s = r \cup s$$

مثال: رشته‌ها تولید شده حاصل از عبارت منظم زیر را بنویسید.

$$1. \quad r = (a | b)^+ \rightarrow \{a, b\}$$

مجموعه خاصیت دارد ✓

$$2. \quad r = (a | a^* b)^+ \rightarrow \{a, b, ab, aab, aaab, \dots\}$$

$$3. \quad r = a (b^*) a a \rightarrow \{aaa, abaa, abbbaa, \dots\}$$

اولین لامبدا داره
و حساب نمیکند

Date: / /

Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri.

Subject: _____

$$r = (cab)^+ \mid (cab^+a) \xrightarrow{\text{بسته}} \{ab, abab, \dots, aba, abba, abbbba, \dots\}$$

$$(a|b)^*$$

چرا همه بسته‌ها

شامل A و B را

تولید می‌کند؟

$$(a|b)^* = (a|b)^0 \cup (a|b)^1 \cup (a|b)^2 \dots$$

$$(a|b)^0 \xrightarrow{0} \{\epsilon\}$$

رشته به طول صفر

$$(a|b)^1 \xrightarrow{1} \{a, b\}$$

تمام رشته‌های طول ۱

$$(a|b)^2 \xrightarrow{2} (a|b) \cdot (a|b) = \{aa, ab, ba, bb\}$$

تمام رشته‌ها به طول ۲

$$(a|b)^3 \xrightarrow{3} (a|b) \cdot (a|b) \cdot (a|b) = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bba, bab, bbb\}$$

تمام رشته‌ها به طول ۳

مثال: کدامیک از رشته‌ها زیر عبارت منظم $abbb^*a$ قابل تولید است؟

abbb (ج)

✗

aba (ب)

aaa (الف)

✗

baab (د)

✗

مسئله: آیا رشته $abbaabba$ از عبارت منظم $(ab^*aa)^+$ تولید می شود؟

خیر

$\{aaaa, aaaa, aaaa, \dots\}$

مسئله: با الفبای $\Sigma = \{a, b, c\}$ عبارت منظم تولید کننده رشته های abc, acb, bac, cab, abc را بنویسید.

$\{c, ac, bc, cb, abc\}$

$$r = (a|b)^* \cdot c \cdot (a|b)^*$$

مسئله: با الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ عبارت منظم که دقیقاً ۲ کاراکتر تولید کند بنویسید.

$$a^* \cdot b \cdot a^* \cdot b \cdot a^*$$

مسئله: با الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ عبارت منظم که دقیقاً ۲ صفر متوالی تولید کند بنویسید.

$$r = (011)^* \cdot 00 \cdot (011)^*$$

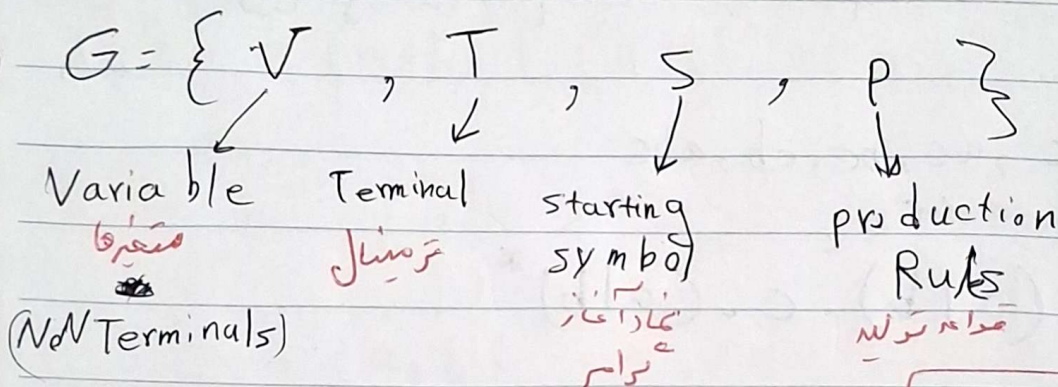
مسئله: با الفبای $\Sigma = \{a, b, c\}$ عبارت منظم تولید کننده رشته های abc, acb, bac, cab, abc را بنویسید. (۳ حالت وجود دارد)

$$(a|b|c)^+ \cdot (a|b|c) \cdot (a|b|c)$$

گرامرهای زبان گرامر ها ابزاری برای تکمیل زبان هستند و مانند عبارات منظم مجردی از رشته ها تولید می کنند.

ساختار کلی گرامر های زبان

گرامر به صورت $G = (V, T, S, P)$ نمایش داده می شود.



۱) متغیرهای گرامر با حروف بزرگ الفبای لاتین نشان داده می شوند و حتما

دارای قواعد تولید هستند.

۲) ترمینال ها: حروف کوچک الفبای لاتین هستند که در رشته ظاهر می شوند.

۳) سرترم گرامر: یکی از متغیرهای گرامر است که گرامر با آن آغاز می شود.

۴) قواعد تولید: مجموعه دستوراتی که نشان می دهد چگونه از سرترم به رشته می رسم.

مثال: گرامر زیر چه رشته هایی تولید می کند؟

$$G = (\{ S \}, \{ a, b \}, \{ S \}, P)$$

$$P: S \rightarrow aSb \mid \Lambda$$

Date: / /

Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri.

Subject:

مثال: $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ $\xrightarrow{s \rightarrow \lambda}$ λ

$s \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a s b \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a b$

$s \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a s b \xrightarrow{s \rightarrow a s b} a a s b b \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a a b b$

$s \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a s b \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a a s b b \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a a a s b b b$
 $\xrightarrow{s \rightarrow \lambda} a a a b b b b$

$a a a a b b b b$

مثال: این را هر چه بکنید حاصل تولید می کند و زبان ریاضی را بهتر ببینید.

$G\{\{S\}, \{a, b\}, \{S\}, P\}$

$P: S \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} b b S a a / \lambda$ $L = \{b^{2n} a^{2n} \mid n \geq 0\}$

$s \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} b b S a a \rightarrow b b a a$ $n=1 \Rightarrow b^2 a^2 \rightarrow b b a a$
 $b b b b a a a a$ $n=2 \Rightarrow b^4 a^4 \rightarrow b b b b a a a a$

$s \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} b b S a a \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} b b S a a \xrightarrow{s \rightarrow \lambda} b b a a \rightarrow b b b b a a a a$
 $b b b b b b a a a a a a$

Date: / /

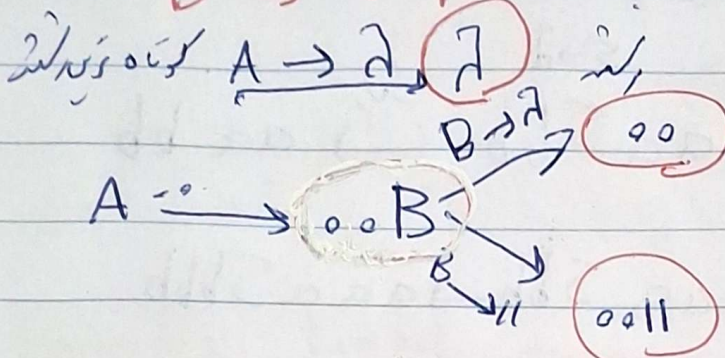
Sat Sun Mon Tue Thu Wed Fri

Subject: -----

$$G = \{\{A, B\}, \{0, 1\}, \{A\}, P\}$$

$$P: A \rightarrow 00B \mid \lambda$$

$$B \rightarrow 11 \mid \lambda$$



جمله ها: $\lambda, 1, 11, 00, 0011$

رشته های پیرامون که رشته های با تعداد a و b مساوی باشند و مثال را تولید کند.

$$S \rightarrow aSb \mid \lambda \xrightarrow{*} \lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots$$

$$S \rightarrow bSa \mid \lambda \xrightarrow{*} \lambda, ba, bbaa, bbbbaa, \dots$$

$$S \rightarrow aSb \rightarrow abSabb \rightarrow abab$$

$$bbabaa ? \xrightarrow{*} S \rightarrow bSa \rightarrow bbbSaaa$$

$$bbaSbaa \xrightarrow{*} bbabaa$$

$$\text{مثال } abba \quad S \rightarrow SS \rightarrow aSbS \rightarrow aSbSaa \rightarrow abba$$

اللغة نوشتن گرماها بر اساس بیان ریاضی زبان داشته‌ها

۱- آر در اللو ریاضی رشته‌ها فرمت a^n داشته باشیم (تکرار a n بار)

$$S \rightarrow a \mid aS \quad n \geq 1$$

رشته‌ها $\{ \lambda, a, aa, aaa, \dots \}$

$$S \rightarrow \lambda \quad \text{شماره ۱}$$

$$S \rightarrow a \quad \text{شماره ۲}$$

$$S \rightarrow aS \rightarrow aa \quad \text{شماره ۳}$$

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaS \rightarrow aaa \quad \text{شماره ۴}$$

$$a^n \quad n \geq 1 \quad S \rightarrow aS \mid a$$

$$a^n \quad n \geq 2 \quad S \rightarrow aS \mid aa$$

$$a^n \quad n \geq 3 \quad S \rightarrow aS \mid aaa$$

۲- آر اللو ریاضی صورت $a^n b^n$ داشته‌ها

$$a^n b^n \quad n \geq 0 \quad S \rightarrow aSb \mid \lambda$$

$$a^n b^n \quad n \geq 1 \quad S \rightarrow aSb \mid ab$$

$$a^n b^n \quad n \geq 2 \quad S \rightarrow aSb \mid aabb$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

۳- اگر تان های تکرار با هم دیگر متفاوت است هر یک را جدا می کنند
 با $non\ terminal$ جدا می کنند نام گذاری می کنند و از زیر خط های قبل
 برای نوشتن گرامر بهره می ببریم.

مثال: گرامرهای معادل رشته های حاصل از زبان های زیر را
 بنویسید.

$$① L = \{ (ab)^n \mid n \geq 0 \}$$

↓
رشته ها

$\{ \lambda, ab, abab, ababab, \dots \}$

$S \rightarrow abS \mid \lambda$

$$② L = \{ (abc)^n \mid n \geq 1 \}$$

$\{ abcabc, ababcabc, \dots \}$

$S \rightarrow abcS \mid abcabc$

$$③ L = \{ (ab)^n \cdot c^n \mid n \geq 1 \}$$

↓
رشته ها

$\{ abc, ababcc, abababccc, \dots \}$

$S \rightarrow abSc \mid abc$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

$$(1) L = \{ (ab)^n, cd^m \mid n \geq 0, m \geq 1 \}$$

A
B

$$S \rightarrow ab$$

$$A \rightarrow abA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow cBd \mid cd$$

$$(2) L = \{ a^2 b^m c^n \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

$$\{ aabbbcc, aabbbccc \}$$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aa$$

$$B \rightarrow bB \mid bbb$$

$$C \rightarrow cC \mid cc$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject: -----

(تحریر سے) (جائزہ)

$$L_1 = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a b^m c \mid m \geq 0\}$$

$$L_3 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$$

$$L_4 = \{a^n b^m a^n \mid n \geq 0, m \geq 1\}$$

$$L_5 = \{(ab)^n . c . b^m . a^n \mid n, m \geq 0\}$$

Date: / /

Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri.

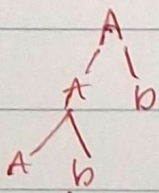
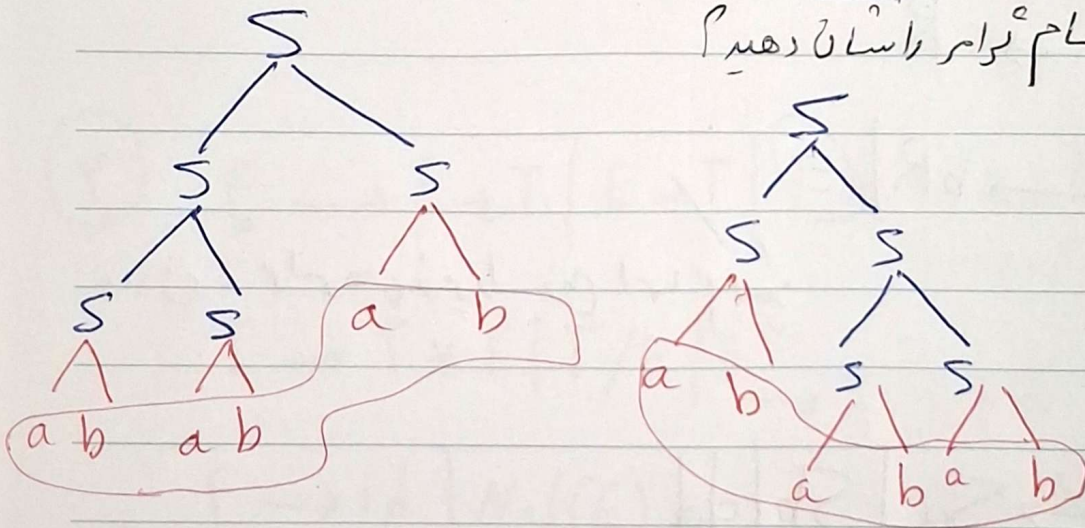
Subject: -----

ابهام دوراها

اگر بر اساس سطر اول بتوانیم تشخیص دهیم درخت تجزیه از صورتی که
بدست می آید می توان گفت توالی مبهم است.

مثال: توالی $ababab$ مبهم است. پارام دور درخت تجزیه برای
رشته $ababab$

ابهام توالی را نشان دهید



عوامل ابهام مبهم سطر توالی

① چپ بازگشت مستقیم (Direct Left Derivation)

از یک non terminal در سمت چپ یک یا چند اشتقاق خود خود را در یک
چپ تکرار کند یا به یک لوب بی نهایت در تجزیه شده و هیچگاه به رشته
نرسد

$A \rightarrow A b a$

چپ بازگشت

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

رفع ابهام چیست؟ بازگشتی مستقیم

برای رفع ابهام چیست؟ بازگشتی مستقیم از الگو زیر استفاده می کنیم
 چیست؟ بازگشتی ندارد چیست؟ بازگشتی مستقیم

$$A \rightarrow Ab | c$$

↓
رفع ابهام

$$A \rightarrow cR$$

$$R \rightarrow bR | (\epsilon)$$

مثال: گرامرهای زیر را رفع ابهام کنید

$$S \rightarrow Sa | Sb | cd$$

↓
رفع ابهام

$$S \rightarrow cR | dR$$

$$R \rightarrow aR | bR | (\epsilon)$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject: _____

$$A \rightarrow A\alpha_1 | A\alpha_2 | A\alpha_3 | \dots | A\alpha_n | \theta_1 | \theta_2 | \dots | \theta_n$$

write

$$A \Rightarrow \theta_1 R | \theta_2 R | \theta_3 R | \dots | \theta_n R$$

$$R \rightarrow \alpha_1 R | \alpha_2 R | \alpha_3 R | \dots | \alpha_n R | \emptyset$$

1)

$$E \rightarrow E + T | E - T | T \rightarrow E \rightarrow TR$$

$$R \rightarrow +TR | -TR | E$$

$$T \rightarrow T * F | T / F | F \rightarrow T \rightarrow FR'$$

$$F \rightarrow id | N_0 | (E)$$

$$R' \rightarrow *FR' | /R' | \emptyset$$

۵) جب باز نشی غیر مستقیم اگر Δ یک nonterminal از ترانس می
جو نام یا بیشتر مجددا خودی را در سمت چپ اشتقاق تولید کند
آنگاه باز نشی غیر مستقیم می گویم. برای حذف این نوع ابهام non terminal
که واسطه ایجاد جب باز نشی غیر مستقیم شده است (خائن) تمام اشتقاق
ها را در ترانس جایگزین می کنیم با ابزاری که جب باز نشی مستقیم می کند
که با روش قبل رفع ابهام خواهد شد

$$S \rightarrow aA | B$$

$$S \xrightarrow{\text{کدام}} S a | a$$

$$B \rightarrow S b | \lambda$$

جب باز نشی غیر مستقیم

جائزای B
خائن

$$S \rightarrow B \rightarrow S$$

خائن

$$S \rightarrow aA | B$$

$$B \rightarrow S b | \lambda$$

$$S \rightarrow aA | \overbrace{S b}^{\text{ندارد}} | \overbrace{\lambda}^{\text{دارد}} | \overbrace{\lambda}^{\text{ندارد}}$$

محدوب باز نشی مستقیم

$$S \rightarrow aA R | \lambda R$$

$$R \rightarrow b R | \epsilon$$

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow Sa | B | Sbd \\
 S &\rightarrow bc | Ad | \epsilon \\
 A &\rightarrow (S) \rightarrow A \downarrow \\
 A &\rightarrow bcaA | aA' | bA' | bc b d A' | b d A' \\
 A' &\rightarrow daA' | db d A' | (\epsilon)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow Aa | ab \\
 A &\rightarrow Bd | bd \\
 B &\rightarrow Sa | gh | \epsilon
 \end{aligned}$$

$$S \rightarrow (A) \rightarrow (B) \rightarrow S$$

$$S \rightarrow Sada | gda | da | bda | ab$$

$$S \rightarrow gdaR | hdaR | daR | bdaR | abR$$

$$R \rightarrow adaR | (\epsilon)$$

(۳۰) فاکتوریزاسیون از دست: اگر دو یا چند استق از یک $non\ terminal$ بیشتر مشترک باشند یا بشود، از طولانی ترین بدستوند مشترک آنها فاکتور می گیریم و بجای آن بخش ها را غیر مشترک از یک $non\ terminal$ مانند A' یا B' یا R استفاده می کنیم سپس این $non\ terminal$ ها را بخش ها غیر مشترک را تولید می کند.

$$A \rightarrow \underline{ab}A | \underline{abd} | c \xrightarrow{\text{فاکتوریزاسیون}} A \rightarrow abA' | c$$

مشترک

$$A' \rightarrow A | d$$

$$A \rightarrow \underline{ab} | \underline{abdb} | \underline{abdc} | \underline{abb} | d | \epsilon$$

فاکتور مشترک

$$A \rightarrow abA' | d | \epsilon$$

$$A' \rightarrow \epsilon | db | dc | b$$

Date:

Subject:

تیسرا چارم (خانیہ)

جسٹ ابھام

$$W) A \rightarrow Aab|abdc|Aab|abd|d|\epsilon$$

$$A \rightarrow \underline{abd}cR|abdR|dR|(\epsilon)R$$

$$R \rightarrow abR|bdcR|(\epsilon)$$

$$A \rightarrow abdA'|dR|R$$

$$A' \rightarrow cR|R$$

$$R \rightarrow abR|bdcR|\epsilon$$

$$B) S \rightarrow AaB$$

$$S \rightarrow SabaaB|abaaB|baaB|aB$$

$$A \rightarrow Ca|a \quad A \rightarrow Sab|aba|ba|a$$

$$C \rightarrow Db|b \quad C \rightarrow Sab|ab|b$$

$$D \rightarrow Sa|a \quad D \rightarrow Sa|a$$

$$S \rightarrow abaaBR|baaaBR|aaBR$$

$$R \rightarrow abaaBR|(\epsilon)$$

Date:



Subject:

2) if stmt $\rightarrow$ if cond then stmt / if cond then stmt
else stmt
endif

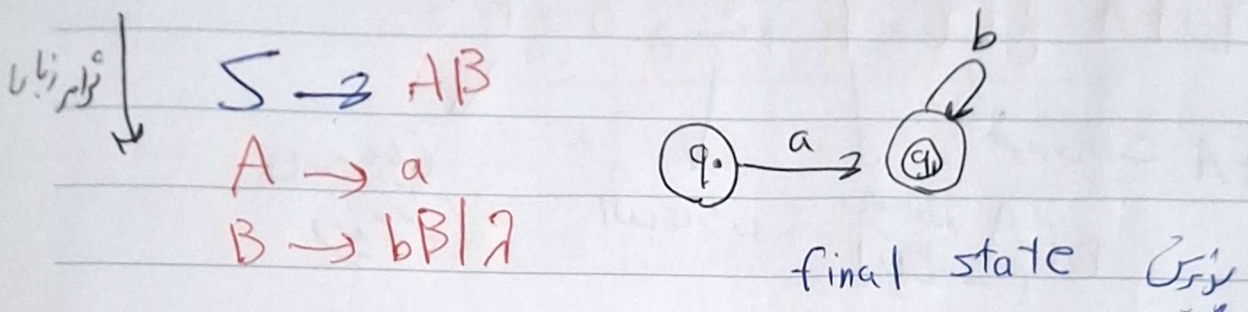
if stat $\rightarrow$ if cond then stmt A

A $\rightarrow$ else stmt | ϵ

ماشین های متناهی (Finite Automate)

آنها را روی یک ترسیم زبان است و رشته ای را بپذیرد یا نه
و اگر رشته در زبان پذیرفته شود Yes و در غیر این صورت No می‌دهند.
پس آنها با بررسی تمام رشته های عضو زبان را بپذیرش کند.

$$L = \{ab^n \mid n \geq 0\} \xrightarrow{\text{رشته ها}} \{a, ab, abb, abbb, \dots\}$$



در طراحی ماشین متناهی ۱) حالت شروعی گراف را با q_0 که وضعیت می‌باشد
۲) حالت پایانی یا پذیرش را با q_f مشخص می‌کنیم.

توالی گراف $q_f \xrightarrow{a} q_i$ به معنای آن است که به معنای آن است که از حالت q_i
با مشاهده کاراکتر a در رشته به حالت q_f می‌رویم.

~~تقسیم~~

DFA

تقسیم بندی انواع اتوماتای منتهی

① اتوماتای منتهی معین (Deterministic Finite Automate)

ایسی اتوماتا دارای حالت محدود بوده و به صورت زیرتکونین می‌باشد

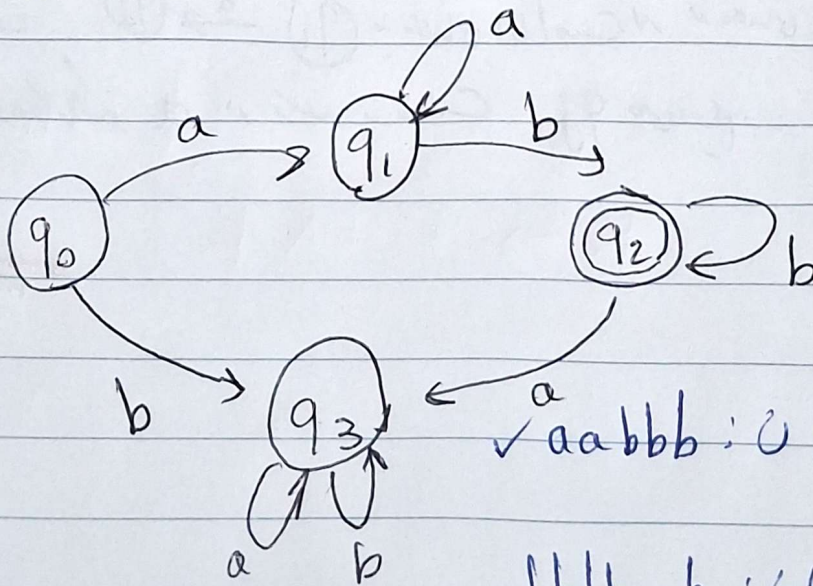
دلتا نویسی

$$DFA = \{Q, q, \Sigma, \delta, F\}$$

Q مجموعه حالات DFA
 q حالت اولیه DFA (بیلگتست)
 Σ الفبای زبان
 δ حالت پایانی (پذیرش)

مثال: DFA زیر پذیرنده رشته‌های تولید شده از a^+b^+ می‌باشد:

$$L = \{a^m b^n \mid n, m \geq 1\}$$

رشته مقبول زبان: $\checkmark aabbb$ رشته غیر مقبول زبان: $\times aabbbbab$

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_0\} \quad F = \{q_2\}$$

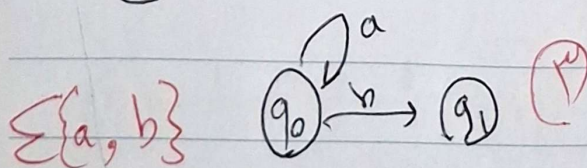
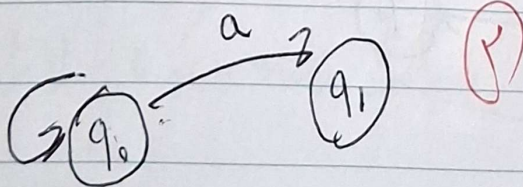
$$q_0 = \{q_0\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

δ	a	b
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$

شرایط طراحی DFA عبارتند از:

- ① پذیرش یا رد یک ورودی مشخص
- ② از هر حالت (دایره) به ازای هر الفبای ورودی فقط و فقط یک پذیرش یا رد
- ③ در هر یک از حالات به ازای تمام الفبای ورودی باید یک پذیرش یا رد مشخص باشد.

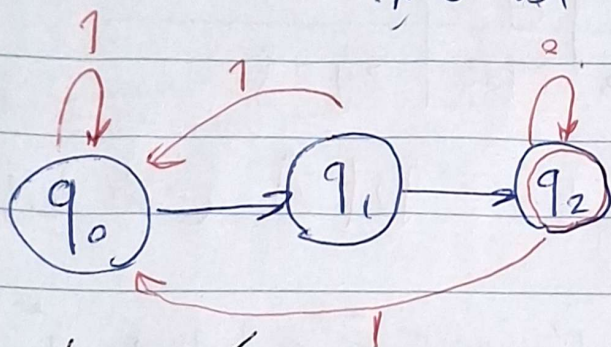


مثال: ما القیاس فی $\{a, b\}^*$ DFA، اطرا می کشد
که کلمه رشته های که به ϵ ختم می شوند، را بپذیرد.

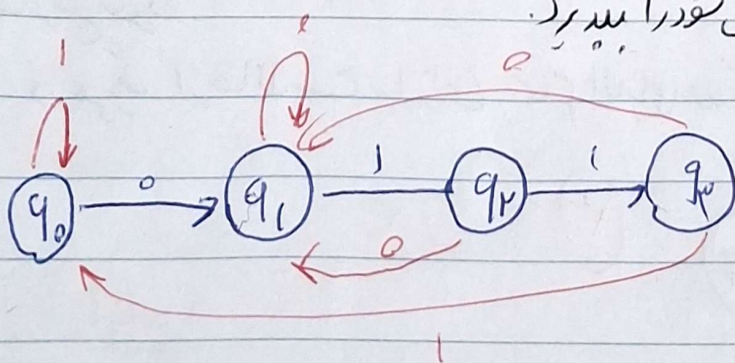
۱- کوتاه ترین رشته که به ϵ ختم می شود را در نظر می گیریم:

۲- این رشته را در پایه DFA رسم می کنیم.

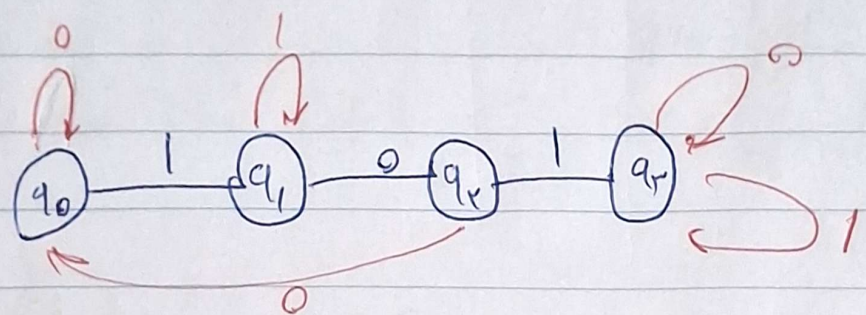
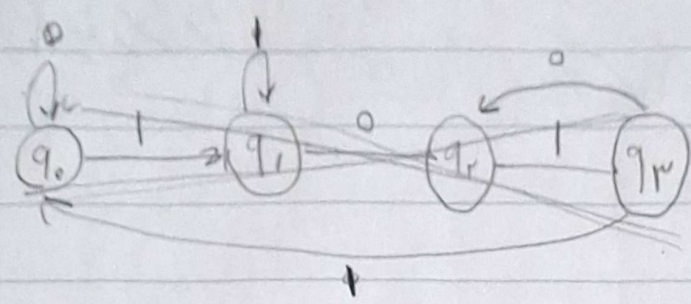
۳- برای القیاس ورودی از هر state که می تواند با سایر کلمات DFA تکمیل شود را به پایه DFA اضافه می کنیم.



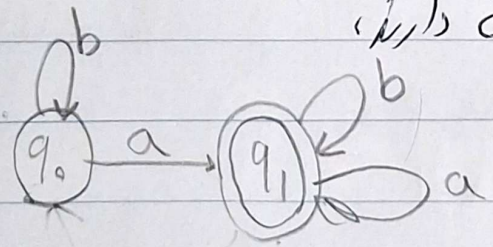
مثال: ما القیاس فی $\{a, b\}^*$ DFA، اطرا می کشد که کلمه رشته
های که به ϵ ختم می شود را بپذیرد.



مثال ۳: بالقباس $\Sigma = \{0, 1\}$ نازل زیریڈی ادا با

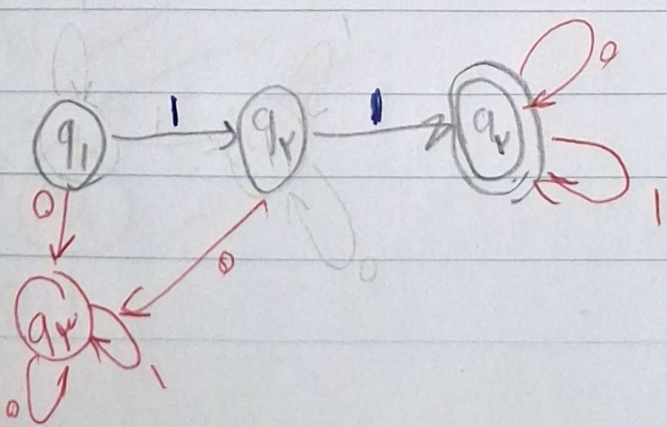


مثال ۴: بالقباس $\Sigma = \{a, b\}$ زیری DFA
abbaaba

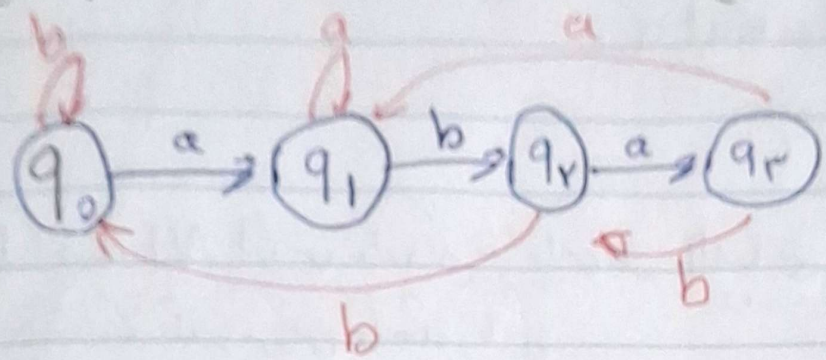


نشان دہی کہ صرف a و b ہوں

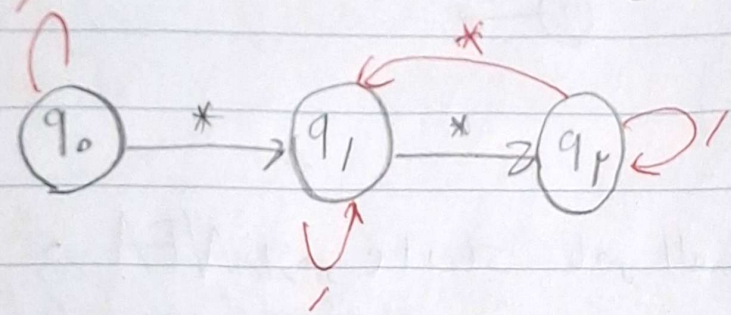
مثال ۵: بالقباس $\Sigma = \{0, 1\}$ زیری DFA



مثال ١: DFA $\{a, b\}$ على $(ab)^* \cdot aba$

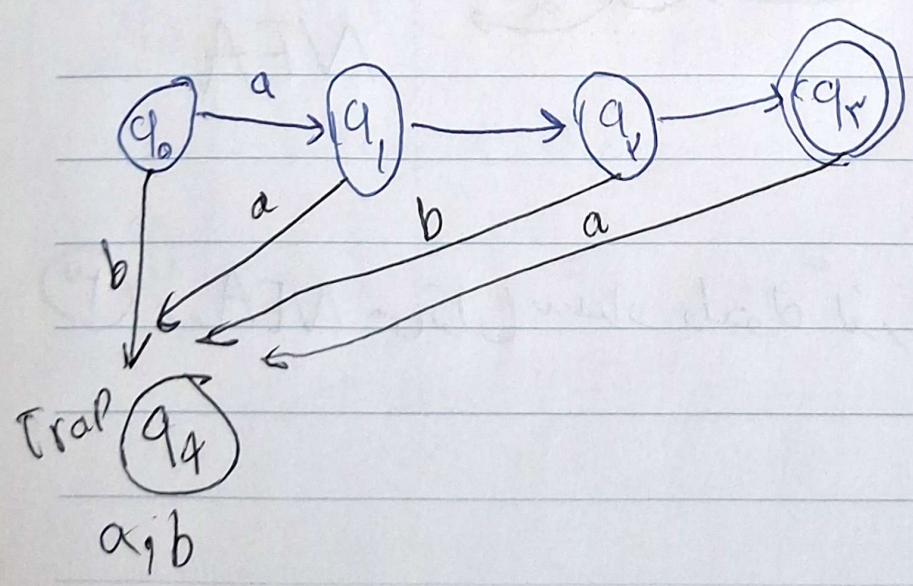


مثال ٢: DFA $\Sigma = \{*, /\}$ على $*$ غير خادٍ



كـ مـ سـ مـ مـ
* *

مثال ٣: DFA $L = \{ \underline{aba} \cdot b^n \mid n \geq 0 \}$ على a, b



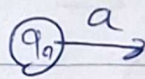
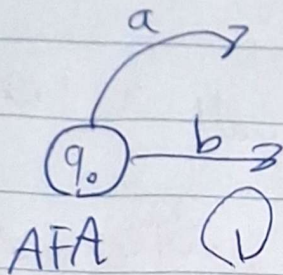
Date: ۲۵/۶/۸۱Subject: آلاتSubject: حساب

Non-Deterministic Finite Automata

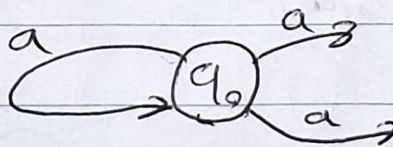
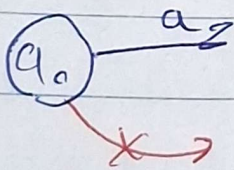
آلات اتوماتیکی نامعین

NFA

① در NFA لزومی ندارد که به ازای هر الفبای ورودی از یک state حتماً یک گذر خروجی داشته باشیم



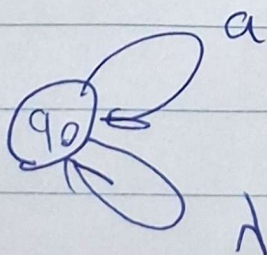
② در NFA از هر state با هر الفبای ورودی می‌توان چندین یا هیچ خروجی از حالت الفبا داشته باشیم



NFA

DFA

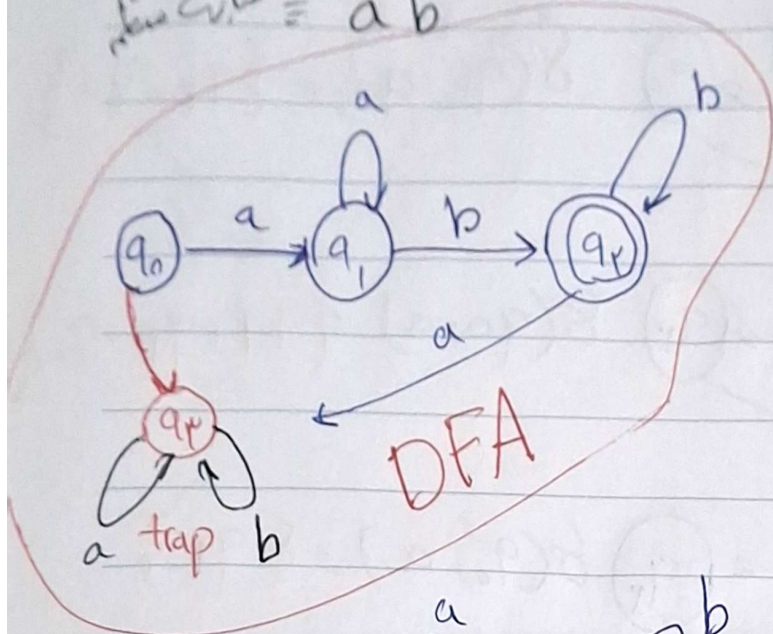
③ در NFA می‌توان به تعداد دلخواه گذر را به یک تابع رسم کرد



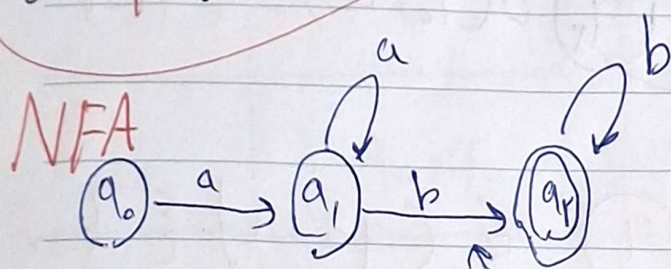
مثال ١: $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ لفظي NFA

line cycle = a^+b^+

حواقل مشتركة: ab



$a \rightarrow b \xrightarrow{x} \text{Trap}$

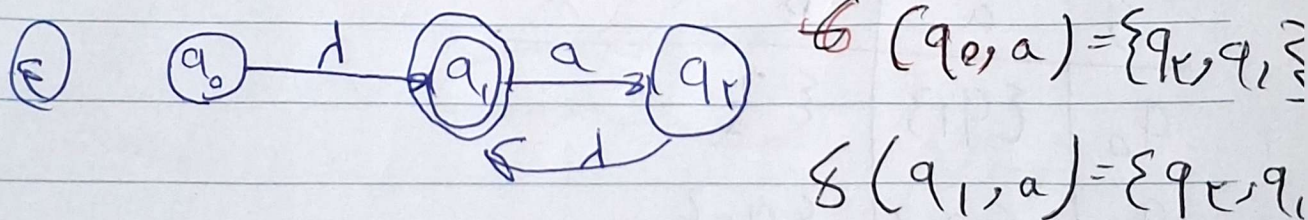
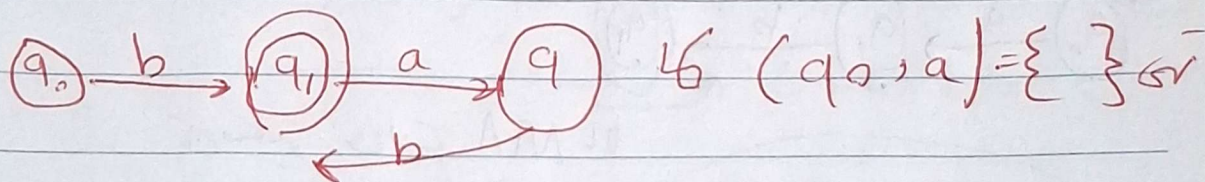
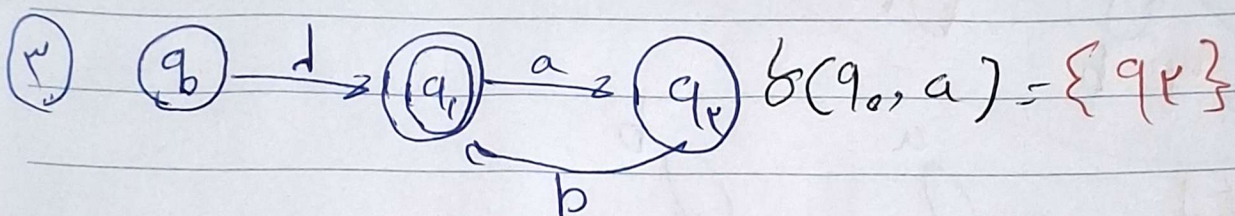
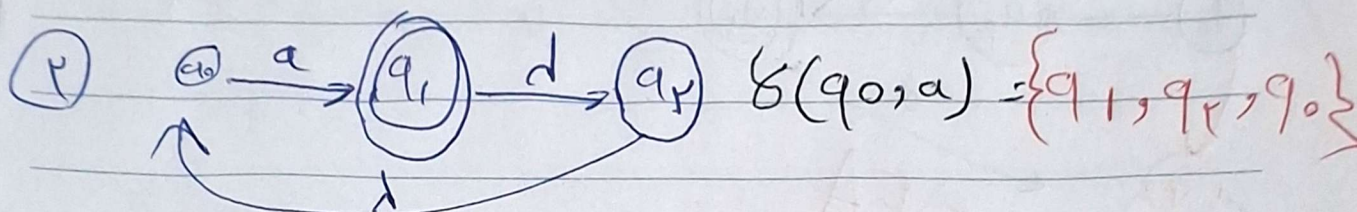
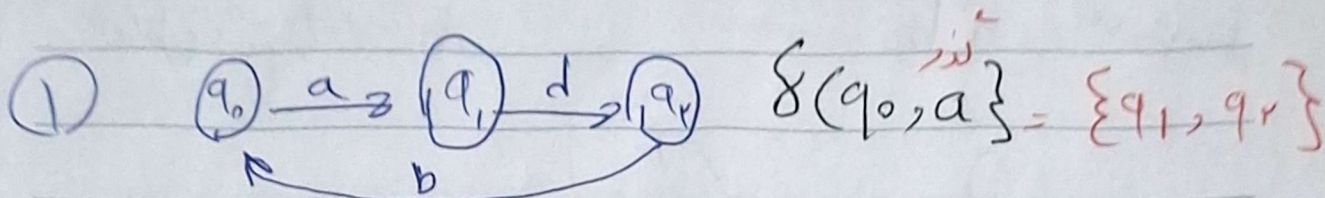


تمام مکمل حالت NFA لایا

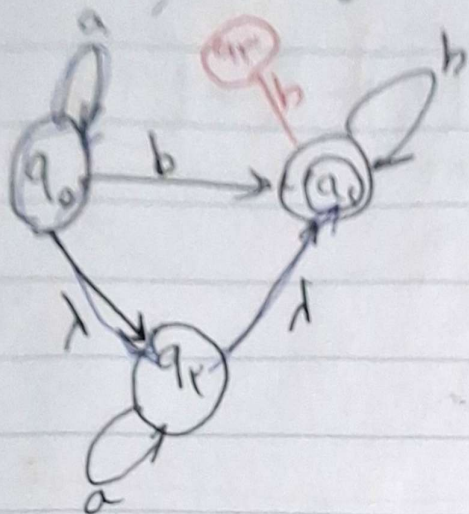
DL NFA

δ	a	b
q_0	$\{q_1\}$	$\{ \}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{ \}$	$\{q_1\}$

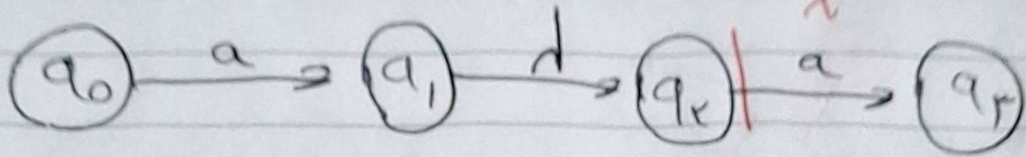
مال در موارد زیر تابع تغییر حالت خوانده می شود، در NFA به یک آکورد



مثال: در NFA زیر تابع انتقال را بنویسید.

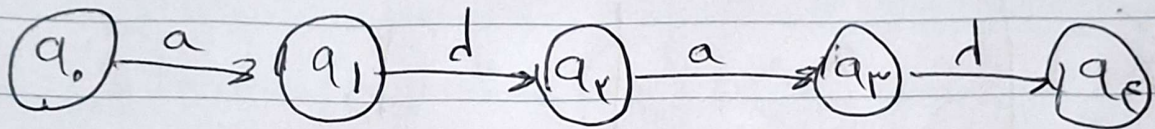


δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_2, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{\}$	$\{q_1, q_3\}$
q_2	$\{q_2, q_1\}$	$\{q_3, q_1\}$
q_3	$\{\}$	$\{\}$

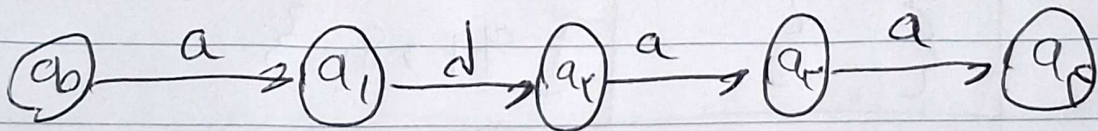


$$\delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\}$$

$$\delta(q_1, a) = \{q_2\}$$

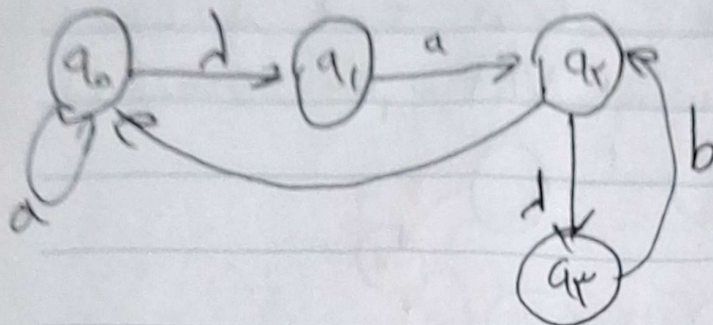


$$\delta(q_1, a) = \{q_2, q_3\}$$



$$\delta(q_1, a) = \{q_2\}$$

مال : نوع تفریق کا مکمل NFA



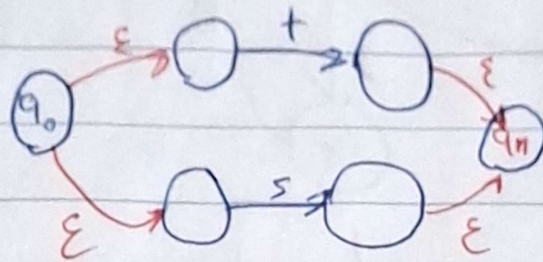
δ	a	b
q_0	$\{q_2, q_3, q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2, q_3, q_0, q_1\}$	$\{ \}$
q_2	$\{q_2, q_3, q_0, q_1\}$	$\{q_2, q_3, q_0, q_1\}$
q_3	$\{ \}$	$\{q_2, q_3, q_0, q_1\}$

نحوه تبدیل عبارات منظم به NFA

با استفاده از آلتون تاسون

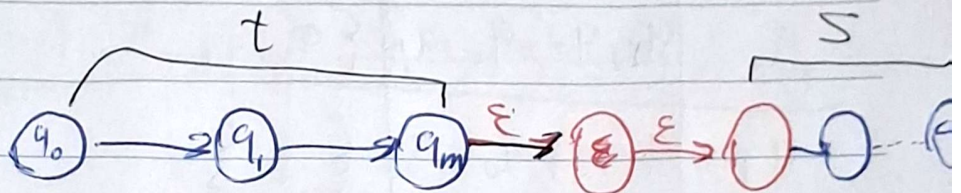
با فرض آنکه t و s دو عبارت منظم باشند از چهار آلتون زیر برای تبدیل عبارات منظم به NFA استفاده می‌کنیم.

① $t|s$

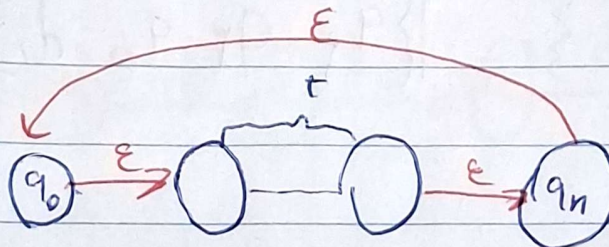


② $t.s$

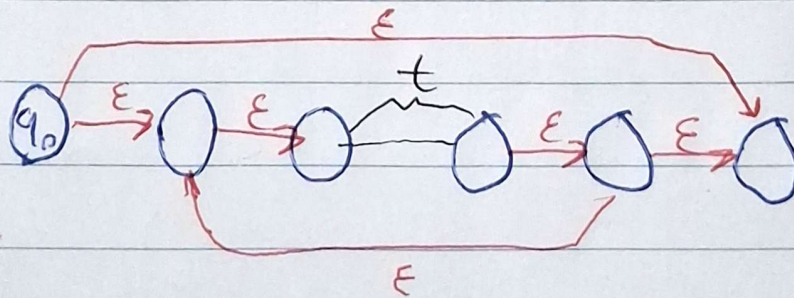
الحماق



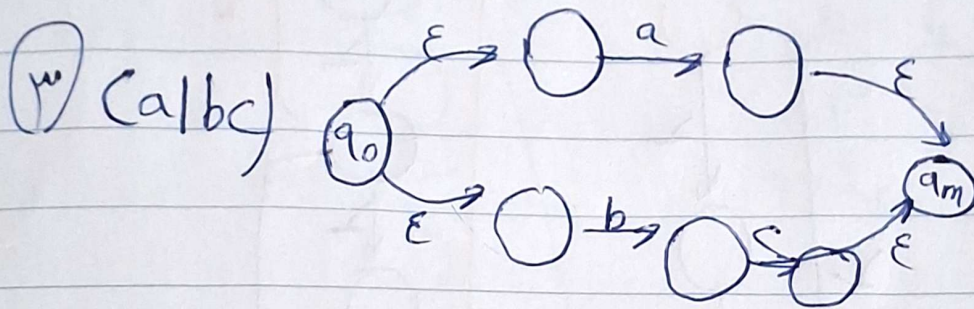
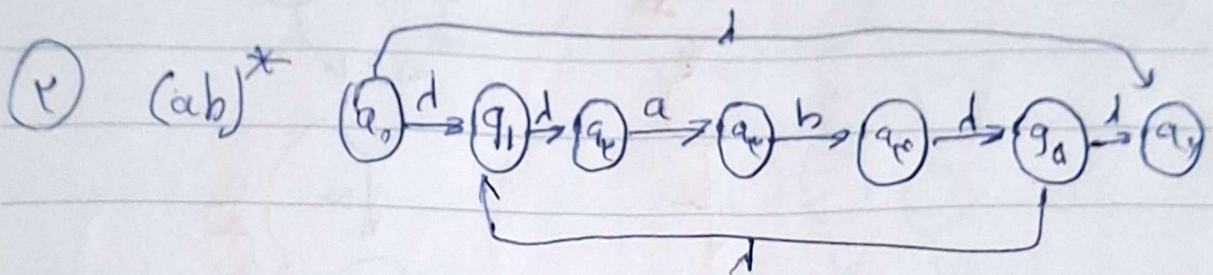
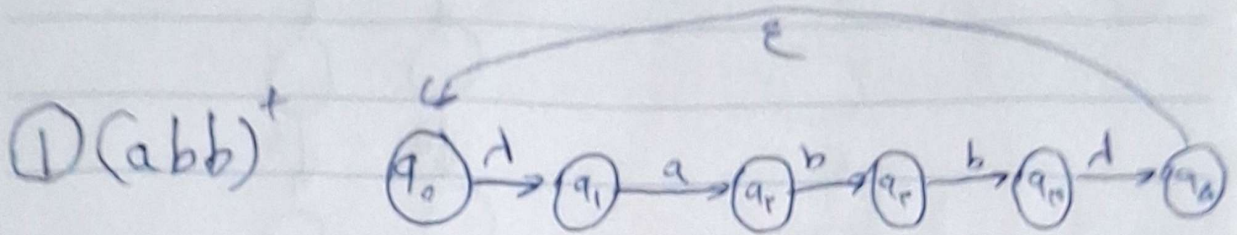
③ t^+



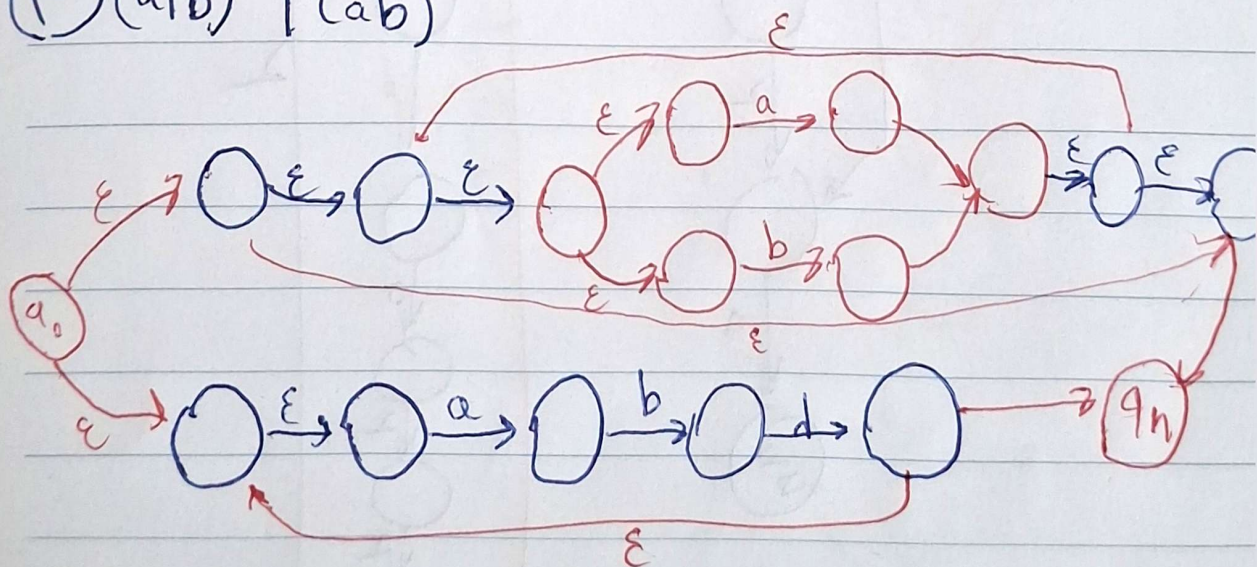
④ t^*



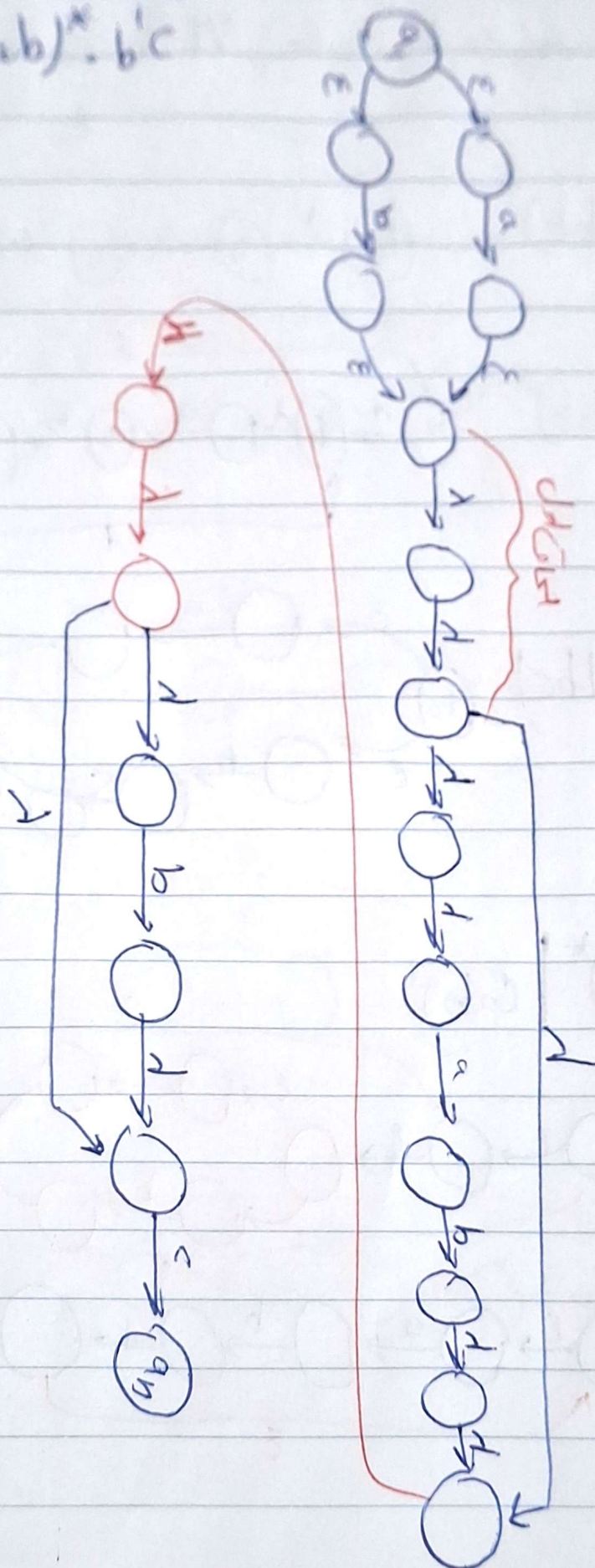
مثال: بالنظر إلى الآلة NFA التالية، اكتب ما تمثله.



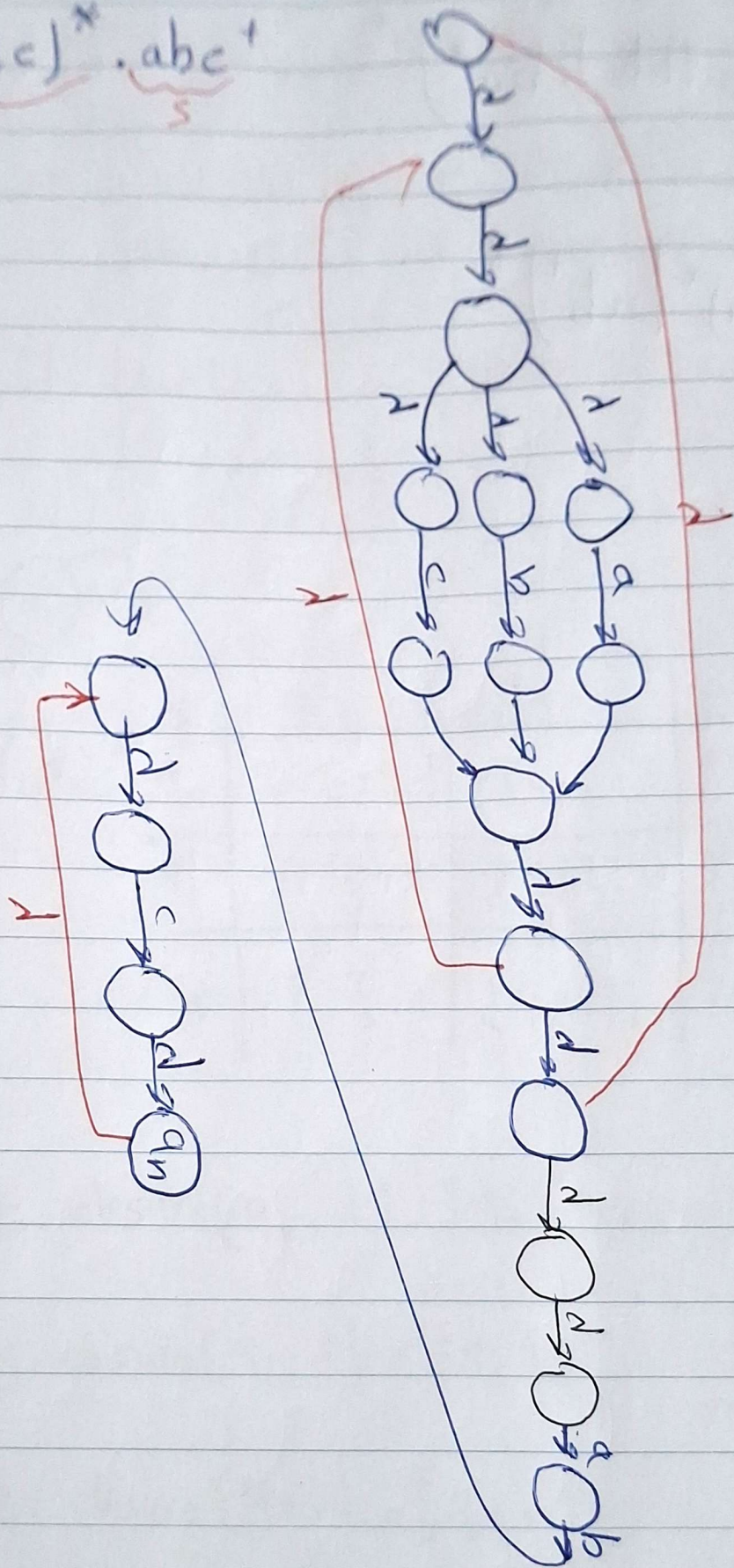
④ $(a|b)^* | (cab)^+$



⑥ $(ab) \cdot (ab)^x \cdot b^1 c$



(8) $(a|b|c)^* \cdot abc^+$



Date:

Mon Tue Wed Thu Fri Sat Sun

Subject:

نشانہ

$$(a|bb^*c).ba^*)^+$$

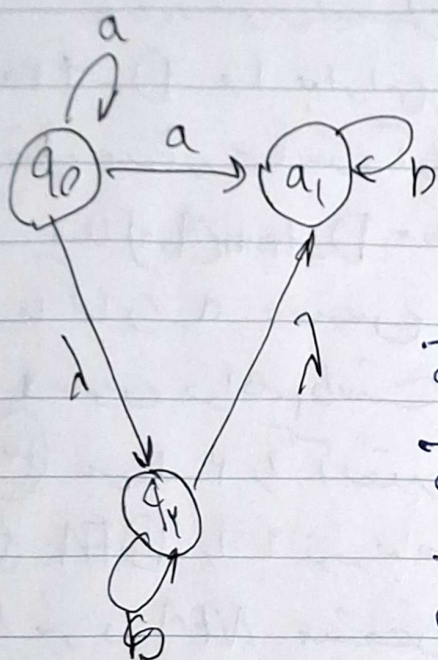
نہیں

$$((ba)^*|ab^+)^*$$

تاریخ closure ع - Closure

مجموعه حالاتی است q_i که فقط با گذر لامبدا یا ϵ و بدون خواندن ورودی دیگر، قابل دسترسی می باشد

نکته: اگر state با گذر لامبدا از خودش به خودش قابل دسترسی می باشد.



	a	b	d
q_0	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_1\}$
q_1	$\{\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\{\}$	$\{q_2, q_1\}$	$\{q_2, q_1\}$

~~$$\epsilon\text{-closure}(q_0, d) = \{q_0, q_2, q_1\}$$~~

$$\epsilon\text{-closure}(q_1, d) = \{q_1\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_2, d) = \{q_2, q_1\}$$

نحوه تبدیل NFA به فرم قطعی DFA

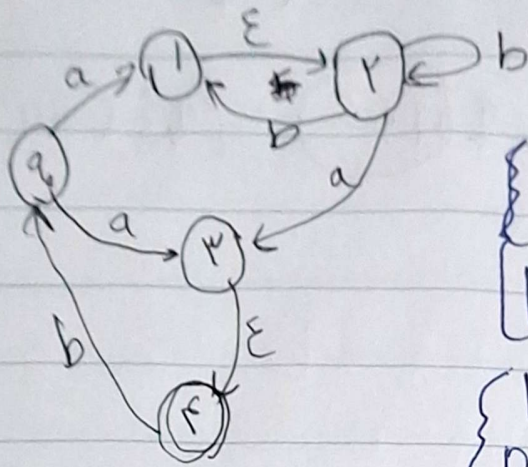
برای این عمل کامپای نیز دانلود کنید

- ① ابتدا مجموعه $\text{closure}(q_0)$ را محاسبه کرد و آن را با A برابر نامگذاری می‌کنیم. منظور از این مجموعه حالتی از NFA است که از q_0 فقط و فقط با گذرهای ϵ به دست می‌آید.
- ② قابل دسترسی است. برای تک تک اعضای مجموعه A مجموعه $D\text{-tran}$ را بد از این تک تک اعضای زنجیره محاسبه می‌کنیم و آن را با مجموعه قبلی متعارف می‌کنیم. آن را با B برابر نامگذاری می‌کنیم.
- مثلاً $D\text{-tran}(A)$ به معنای آن است که از اعضای مجموعه A با تکیه بر a و سپس لامبدا به کدام یک از حالات دیگر در NFA دسترسی خواهیم داشت.
- ③ مرحله ۲ را آنقدر تکرار می‌کنیم تا مجموعه جدیدی ایجاد نشود.
- ④ DFA را با توجه به مجموعه‌های ایجاد شده رسم می‌کنیم و حالات پایانی را نیز در NFA مشخص می‌کنیم.

Date: 9/12

Subject: ...

نقد DFA و NFA



$$\epsilon\text{-closure}(q_0) = \{0, 1\} \text{ (A)}$$

$$\{D\text{-tran}(A, a) = \{1, 2, 3, 4\} \text{ (B)}\}$$

$$D\text{-tran}(A, a) = \{\} = \text{C}$$

$$\{D\text{-tran}(B, a) = \{3, 4\} \text{ (D)}\}$$

$$D\text{-tran}(B, b) = \{0, 1, 2\} = \text{E}$$

$$D\text{-tran}(C, a) = \text{C}$$

$$D\text{-tran}(C, b) = \text{C}$$

$$\{D\text{-tran}(D, a) = \{\} = \text{C}\}$$

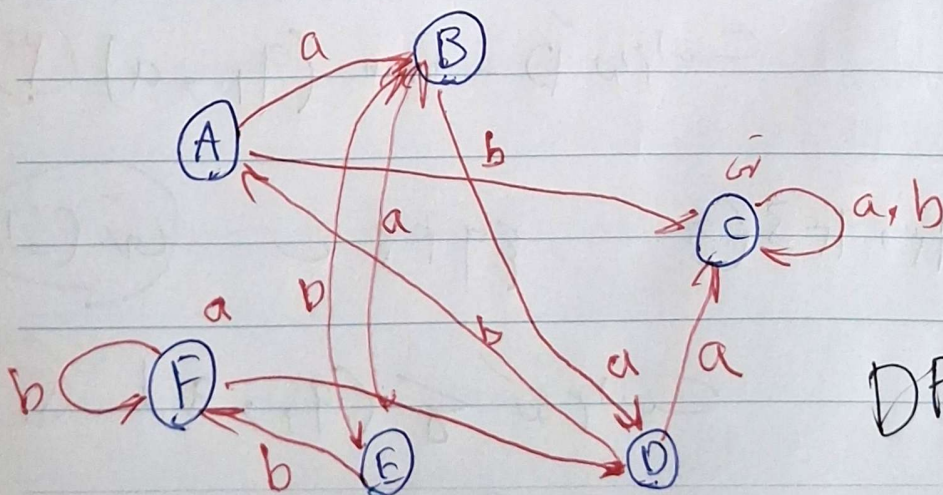
$$D\text{-tran}(D, b) = \{0\} = \text{A}$$

$$\{D\text{-tran}(E, a) = \{3, 4, 1, 2\} = \text{B}\}$$

$$D\text{-tran}(E, b) = \{1, 2\} = \text{F}$$

$$\{D\text{-tran}(F, a) = \{3, 4\} = \text{D}\}$$

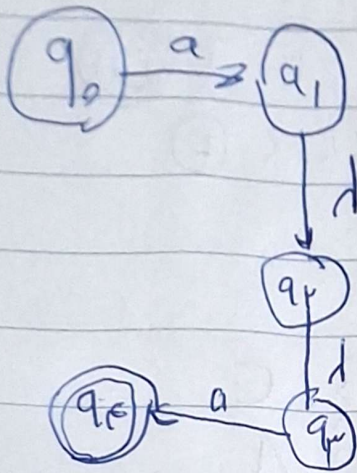
$$D\text{-tran}(F, b) = \{1, 2\} = \text{F}$$



DFA

1) $\text{D-tran}(q_0, a)$ لازم است

الف) $\{q_1\}$ ب) $\{q_1, q_2, q_3\}$ ج) $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$ د) $\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$



2) $\lambda\text{-closure}(q_0)$ لازم است

الف) $\{q_0\}$ ب) $\{q_0, q_1\}$ ج) $\{q_0, q_1, q_2\}$ د) $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

3) $\text{D-tran}(q_1, a)$ لازم است

الف) $\{q_2\}$ ب) $\{q_2, q_3\}$ ج) $\{q_2, q_3, q_4\}$ د) $\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$

4) $\delta(q_1, a)$ لازم است

الف) $\{q_2\}$ ب) $\{q_2, q_3\}$ ج) $\{q_2, q_3, q_4\}$ د) $\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$

Date: / /

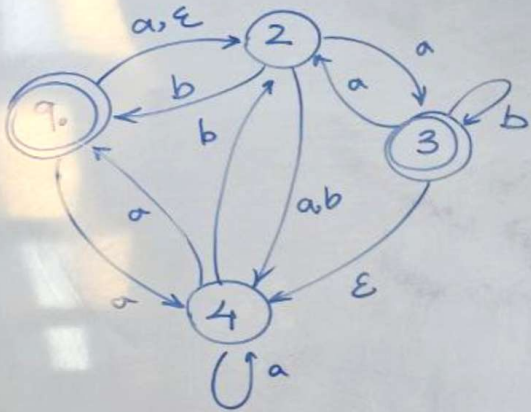
☐ Sat ☐ Sun ☐ Mon ☐ Tue ☐ Wed ☐ Thu

Subject: _____

closure (q₁) مع كلاً

(5)

(الف) {q₂, q₄} {q₁, q₂, q₄} {q₂} {q₃} {q₄}



$$\epsilon\text{-closure}(q_0) = \{0, 2\} = \textcircled{A}$$

$$\{D\text{-tran}(A, a) = \{2, 4, 3\} = \textcircled{B}\}$$

$$\{D\text{-tran}(A, b) = \{0, 2, 4\} = \textcircled{C}\}$$

$$\{D\text{-tran}(B, a) = \{3, 4, 0, 2\} = \textcircled{D}\}$$

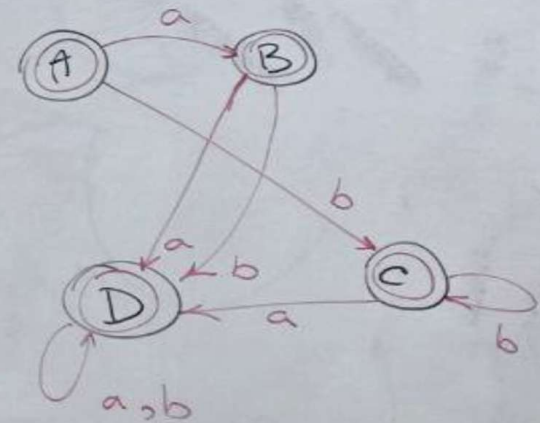
$$\{D\text{-tran}(B, b) = \{4, 0, 2, 3\} = D\}$$

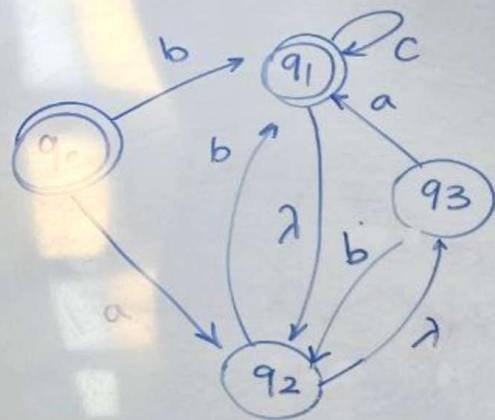
$$\{D\text{-tran}(C, a) = \{2, 4, 3, 0\} = D\}$$

$$\{D\text{-tran}(C, b) = \{4, 0, 2\} = C\}$$

$$\{D\text{-tran}(D, a) = \{4, 0, 2, 3\} = D\}$$

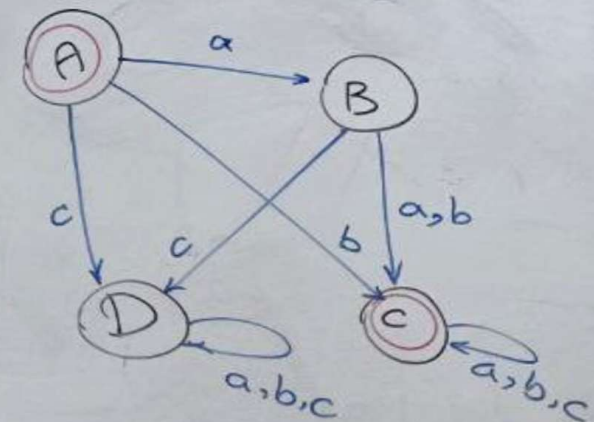
$$\{D\text{-tran}(D, b) = \{4, 0, 2, 3\} = D\}$$





$\Sigma = \{a, b, c\}$

$$\begin{aligned}
 \epsilon\text{-closure}(q_i) &= \{0\} = \textcircled{A} \\
 \left\{ \begin{aligned} D\text{-tran}(A, a) &= \{2, 3\} = \textcircled{B} \\ D\text{-tran}(A, b) &= \{1, 2, 3\} = \textcircled{C} \\ D\text{-tran}(A, c) &= \{\} = \textcircled{D} \end{aligned} \right. \\
 \left\{ \begin{aligned} D\text{-tran}(B, a) &= \{1, 2, 3\} = C \\ D\text{-tran}(B, b) &= \{1, 2, 3\} = C \\ D\text{-tran}(B, c) &= \{\} = D \end{aligned} \right. \\
 \left\{ \begin{aligned} D\text{-tran}(C, a) &= \{1, 2, 3\} = C \\ D\text{-tran}(C, b) &= \{1, 2, 3\} = C \\ D\text{-tran}(C, c) &= \{1, 2, 3\} = C \end{aligned} \right. \\
 \left\{ \begin{aligned} D\text{-tran}(D, a) &= D \\ D\text{-tran}(D, b) &= D \\ D\text{-tran}(D, c) &= D \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$



$$r = (a|b)^* \cdot c \cdot (a|b)^*$$

$$\frac{a, c, \dots}{\boxed{b}} \cdot \frac{a, c, \dots}{*}$$

1- $\Sigma = \{a, b, c\}$ عبارت متظم نیستی که دقیقاً یک c دارند.

$$r = (a|b)^* \cdot \underbrace{b \cdot a \cdot b}_{\text{صاف ۲ b استولی}} \cdot (a|b)^*$$

2- $\Sigma = \{a, b\}$ عبارت متظم است ولی a و b را به صورت نامتوالی دارند.

3- برای زبان $L = \{a^{2n} \cdot b \mid n \geq 0\}$ عبارت متظم بنویسید؟
 $\{ \underline{b}, \underline{aa}b, \underline{aaaa}b, \underline{aaaaaaaa}b, \dots \}$

$$r = (aa)^* \cdot b$$

4- $\Sigma = \{a, b, c\}$ رشته‌های با صدای طول ۳ و با c شروع می‌شوند.

$$r = c \cdot \underbrace{(a|b|c)^+}_{\text{یک بار کمتر}} \cdot \underbrace{(a|b|c)^+}_{\text{یک بار کمتر}}?$$

$$L_1 = \left\{ \underbrace{a^n b^n}_A \underbrace{c^m}_B \mid n, m \geq 1 \right\}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aAb \mid ab \\ B &\rightarrow cB \mid c \end{aligned}$$

$$L_2 = \left\{ \underbrace{a}_A \underbrace{b^m}_B \underbrace{c}_C \mid m \geq 0 \right\}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \\ C &\rightarrow c \end{aligned} \quad \begin{aligned} S &\rightarrow aAb \\ A &\rightarrow bA \mid \lambda \end{aligned}$$

$$L_3 = \left\{ \underbrace{a^n b^n}_A \underbrace{c^m d^m}_B \mid n \geq 0, m \geq 2 \right\}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aAb \mid \lambda \\ B &\rightarrow cBd \mid ccdd \end{aligned}$$

$$L_4 = \left\{ \underbrace{a^n}_A \underbrace{b^m}_B \underbrace{a^n}_A \mid n \geq 0, m \geq 1 \right\}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABA \\ A &\rightarrow aA \mid \lambda \\ B &\rightarrow bB \mid b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^n &\xrightarrow{S} S \rightarrow aS \mid \lambda \\ \underline{a^n b^n} &\xrightarrow{S} S \rightarrow aSb \mid \lambda \end{aligned}$$

$$L_5 = \left\{ \underbrace{(ab)^n}_A \underbrace{c}_B \underbrace{b^m}_C \underbrace{a^n}_D \mid n, m \geq 0 \right\}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABCD \\ A &\rightarrow ab.A \mid \lambda \\ B &\rightarrow c \\ C &\rightarrow bC \mid \lambda \\ D &\rightarrow aD \mid \lambda \end{aligned}$$

$$r=ba, w=ab$$

$$w^R = ba$$

$$w.r = abba$$

$$L_1 = w^* . a = \{a, aba, ababa, ababab a, \dots\}$$

$$L_2 = bb . r^+ = \{bbba, bbbaba, bbbababa, \dots\}$$

$$L_3 = b . r^* . aa = \{baa, bbbaaa, bbababaa, \dots\}$$

$$L_1^R = \{a, aba, ababa, abababa, \dots\} = a . (ba)^*$$

$$L_2^R = \{abbb, ababbb, ababbb, \dots\} = (ab)^* . bb$$

$$L_3^R = \{aab, aacbb, aababb, \dots\} = aa . (ab)^* . b$$

$$\{abbb, ababbb, \dots\}$$

$$\{aa, aaba, aababa, \dots\}$$

$$\longleftarrow w^R \quad (1)$$

$$\longleftarrow w.r \quad (2)$$

$$\longleftarrow L_1 = w^* . a \quad (3)$$

$$\longleftarrow L_2 = bb . r^+ \quad (4)$$

$$\longleftarrow L_3 = b . r^* . aa \quad (5)$$

$$\longleftarrow L_1^R \quad (6)$$

$$\longleftarrow L_2^R \quad (7)$$

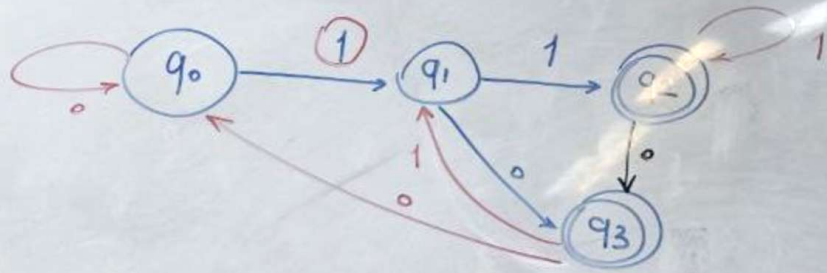
$$\longleftarrow L_3^R \quad (8)$$

$$\longleftarrow w^+ . bb \quad (9)$$

$$\longleftarrow aa . r^* \quad (10)$$

$\Sigma = \{0, 1\}$ DFA بنائیے کہ جس کا اگر سمت راستہ آٹھا 1 آئے 1۔
 کو مابہ کر دیتے 10 یا 11

آخری
 10
 11

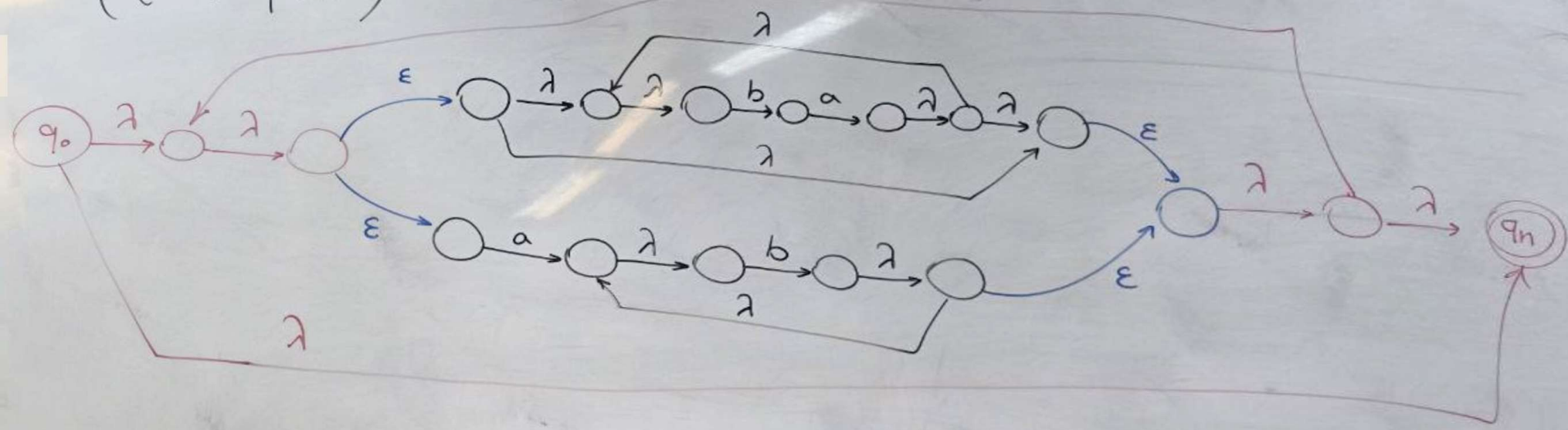


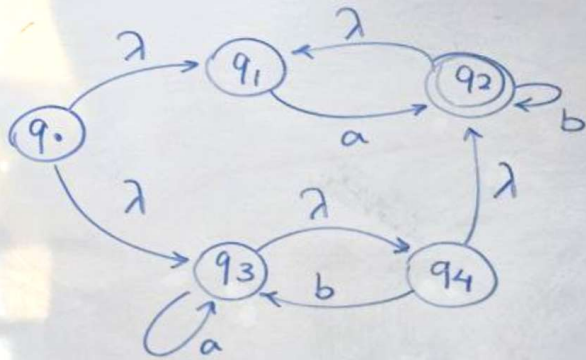
11

$$((ba)^* | ab^+)^*$$

تکرار ابویت

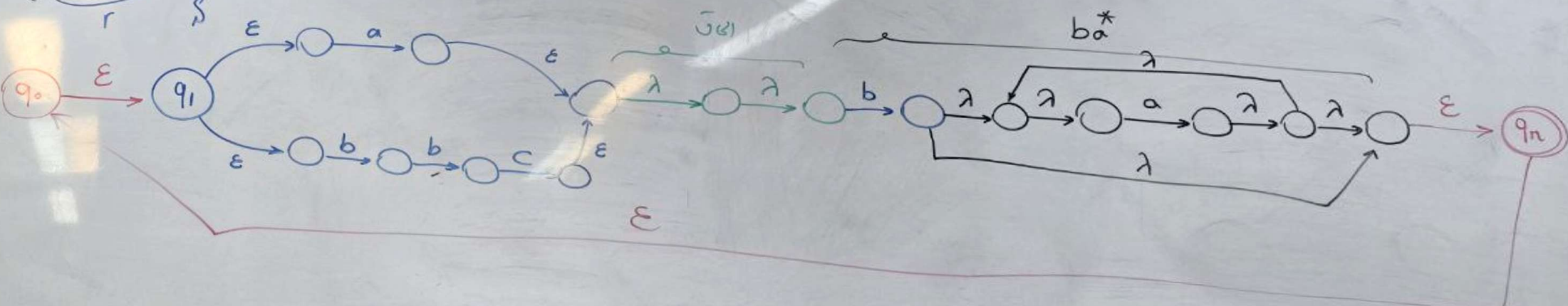
تکرار





δ	a	b	ϵ -closure
q.	$\{q_2, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_3, q_4, q_2, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
q ₁	$\{q_1, q_2\}$	$\{ \}$	$\{q_1\}$
q ₂	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2, q_1\}$	$\{q_2, q_1\}$
q ₃	$\{q_3, q_4, q_2, q_1\}$	$\{q_2, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_3, q_4, q_1, q_2\}$
q ₄	$\{q_2, q_1\}$	$\{q_3, q_4, q_1, q_2\}$	$\{q_4, q_2, q_1\}$

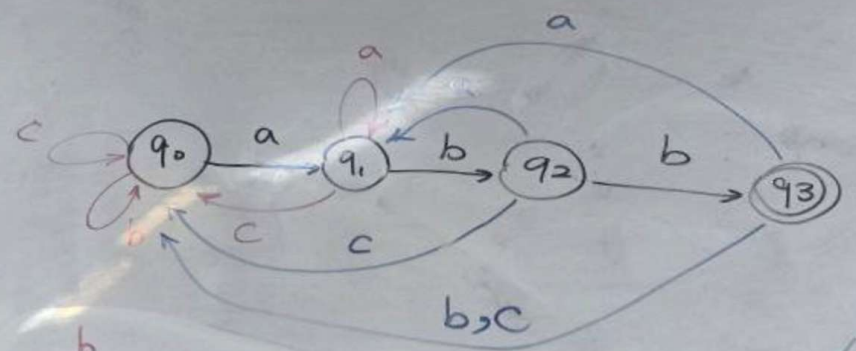
$$\left(\underbrace{(a|bbc)}_r \cdot \underbrace{ba^*}_s \right)^+ \rightarrow \text{تكرار الواجب}$$



$(a|b|c)^*.abb$
 ختم شده

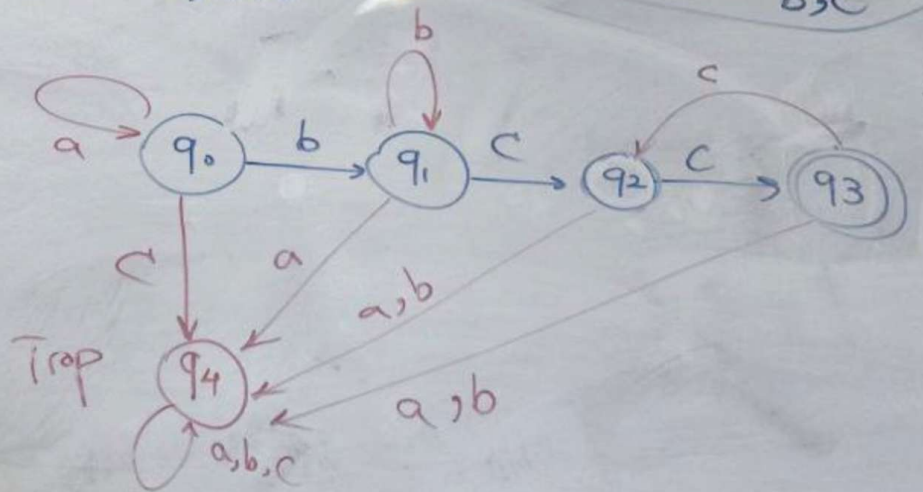
DFA میزنیم؟ حاصل:

ما به سه طاقف abb میزنیم



زبان S_n شامل bcc , $abcc$, $aaa b c c c c$, ...

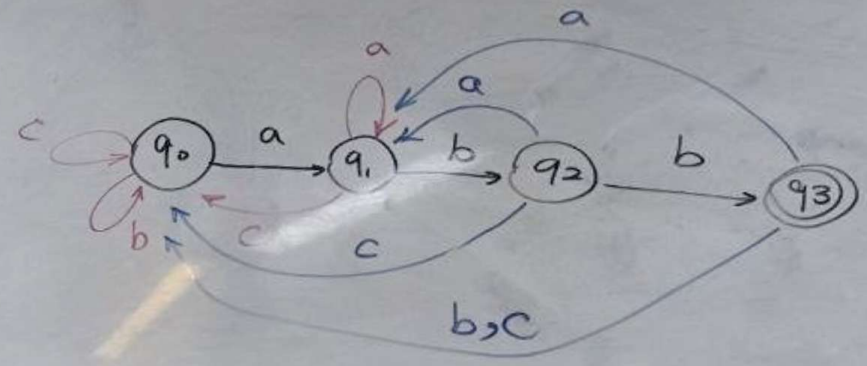
DFA شامل زبان: $L = \{ a^n b^m c^{2k} \mid n \geq 0, m, k \geq 1 \}$

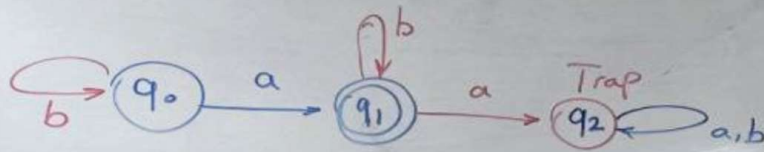


$(a|b|c)^*.abb$

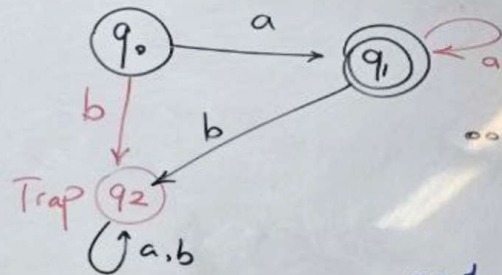
DFA بنانا چاہیے؟ حاصل:

جواب: نظام فوق abb





با الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ DFA زیر را طراحی کنید که کلمات a دارند



که به ترتیب رشته که با ∞ شروع می شود

با الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ DFA زیر را طراحی کنید

که به ترتیب رشته که با ∞ شروع می شود

00101

