

مطالعات ریاضیات گسسته و ترکیبات با دو اصل مهم و اساسی اصل های جمع و ضرب آغاز می شود. در تحلیل مسائلی که پیچیده تر، اغلب می توان آنها را به اجزای کوچکتر خرد کرد و با استفاده از این اصل های اساسی به حل آنها پرداخت.

اصل جمع: اگر بتوان کار را به m راه و کار دیگری را به n راه انجام داد و نتوان این دو کار را همزمان انجام داد، آنگاه هر یک از دو کار را می توان به یکی از $m+n$ راه انجام داد.

نکته: وقتی می توانیم رویکردی خاص نظر کار صدگور می تواند به m راه رخ دهد فوقه برای است که این m راه از هم متباین اند مثلاً آنگاه خلاصه آن گفته شود.

تمرین: کتابخانه دانشگده ای ۷۳ کتاب درسی در زمینه جامع ریاضی و ۵۵ کتاب درسی درباره انسان شناسی دارد. نشان دهید، بنابر اصل جمع که دانشجو برای انتخاب یک کتاب بیشتر دربارۀ آنها از این دو موضوع می تواند کتاب را از میان چند کتاب درسی انتخاب کند.

تمرین: اکنون تا در دانشگاه برای غایتی بهاره تمرین می کند $m+n = 40 + 50 = 90$ از شش مرد و هشت زن برای اجزای دو نقش اصلی مرد و زن آزمایشی به عمل می آید. نشان دهید بنابر اصل ضرب می تواند این آزمایشی را به چند راه انتخاب می نماید.

آزمایشی به دو مرحله اول و دوم تجزیه کرد $m \times n = 9 \times 8 = 72$ و اگر m برآمد ممکن برای مرحله اول و n برآمد ممکن برای مرحله دوم وجود داشته باشد آنگاه تعداد همه می توان کار هر دو آزمایشی $m \times n$ می باشد همان اصل ضرب.

این اصل را که اصل انتخاب می نامند.

حال به شمارش آرایشی های استیلا متباین با ترتیب مشخص می پردازیم، به عنوان استیلا را در یک سطر یا یک خط مستقیم و شایخ را در یک آرایشی خطی قرار می دهند. این آرایشی ها را غالباً (جایگشت) می نامند.

تمرین: از دانشجو بپرسید که کلاس با نفره باید دانشجو برای نوشتن مجلس انتخاب و در ردیف بنشیند که نشاندۀ این آرایشی خطی به چند صورت ممکن انجام می گیرد.

جایگشت

Subject :

Year :

Month :

Date :

A, B, C, D, ...

اگر اینها را دانشجو را نخواهیم به صورت حروف انگلیسی بنویسیم آنگاه
مکان و تعداد ممکن دانشجو یانی را که می توانیم برای پر کردن هر مکان انتخاب

{ B C E F I
C E F I B
A B C F G

۲، ۲۴. اگر اینها خطی صورت ممکن

۱ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰
شخصی مکان چهارم مکان سوم مکان دوم مکان اول مکان

میان این عدد صحیح $n > 0$ ، n تا تکرار به صورت زیر تعریف می شود

$0! = 1$

$$n! = (n)(n-1)(n-2) \dots (3)(2)(1) \quad n \geq 1$$

اگر مجموعه ای از n شیء متمایز داشته باشیم هر کدام از اینها را می توانیم به یکی از n جایگاه ها
مجموعه می نامیم. اگر با حرف های A, B, C شروع کنیم، می بینیم که برای آرایشی هم اینها حرف ها

abc
acb
bac
bca
cab
cba

Cb
ba
ca
ac
ba
ab

به طور کلی اگر n شیء متمایز که آنها را با

$a_1, a_2, \dots, a_n$ نشان می دهیم موجود باشند و

هر یک از اینها را به یکی از n جایگاه ها با جابجایی
های r شیء از n شیء عبارتست از

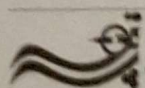
$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1) =$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)(n-r-1) \dots (3)(2)(1)}$$

$$\rightarrow P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

تعداد جابجایی های r شیء از مجموعه n
شیء وقتی $0 \leq r \leq n$

توجه: اگر تکرار مجاز نباشد به اصل مرتب
 n^r آرایشی ممکن شرط $n \leq r \leq \infty$ وجود
دارد.



تمرین ۱: یک تیم ۵ نفره از دانشجویان داریم که می‌خواهند ۳ نفر را برای سفارشات از بین آنها انتخاب کنند. ترتیب انتخاب افراد مهم است. چند جایگزین مختلف برای انتخاب ۳ نفر از ۵ نفر وجود دارد.

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2!} = 60$$

و برای ترتیب افراد مهم است. تعداد جایگزین‌ها متفاوت از تعداد انتخاب‌ها (ترتیب) اهمیت ندارد. خواهد بود.

تمرین ۲: در یک کلاس ۹ دانشجو داریم که قرار است از میان آنها ۴ نفر برای یک پروژه گروهی انتخاب شوند. ترتیب انتخاب (افراد مهم است). چند جایگزین مختلف برای انتخاب و ترتیب ۴ نفر از ۹ نفر وجود دارد.

$$P(9,4) = \frac{9!}{9-4!} = \frac{9!}{5!} = 84$$

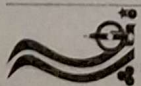
ماز ۸، ۴، ۴، ۴ گسسته حل دوم

تمرین ۳: برای انتخاب ۴ نفر برای اعضای انجمن بزرگواران مرتب دهد. به دلیل کوچکی خانه این فقط ۱۱ نفر از ۲۰ نفر اعضای انجمن را می‌تواند دعوت کند. (این نیز به چند راه) می‌تواند این ۱۱ نفر خوشبخت را دعوت کند.

$$\binom{20}{11} = P(20,11) = \frac{20!}{(20-11)!} = 147990$$

تمرین ۴: از دانشجویی که در امتحان درس تدخ شرکت کرده است خواسته‌اند به ۷ سوال از ۱۰ سوال امتحان پاسخ دهد. این دانشجو به چند راه می‌تواند به سوالات امتحان پاسخ دهد.

$$\binom{10}{7} = P(10,7) = \frac{10!}{(10-7)!} = 120$$



تقریب: اگر در امتحان دانشجو موظف باشد که به ۳ سوال از ۵ سوال اول و ۴ سوال از ۵ سوال آخر پاسخ دهد از ۵ سوال اول به چند راه ۳ سوال انتخاب کند و ۴ سوال دیگر را به چند راه می تواند انتخاب کند همچنین با برای اصل ضرب می تواند به چند راه به سوال های امتحانی پاسخ دهد.

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

$$\binom{5}{4} = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5!}{4! \times 1!} = 5$$

$$\binom{5}{3} \times \binom{5}{4} = 10 \times 5 = 50$$

ماتریس

یک ماتریس یک آرایه مستطیلی از اعداد است که در سطر ها و ستون ها مرتب شده است به عبارتی ساده تر ماتریس ها داده ها را در قالب یک جدول نمایش می دهند

ماتریس ها انواع مختلفی دارند.

۱- ماتریس مربعی: در ماتریس مربعی تعداد سطر ها و ستون ها برابر است

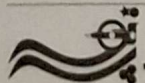
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

سطر

ستون

$$m = n$$

یعنی



Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat

Subject:

۲- ماتریس سطری: ماتریسی است که فقط یک سطر دارد و تعداد ستون‌ها ممکن است بیشتر از یک باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad m=1$$

۳- ماتریس ستونی: ماتریسی که تنها یک ستون دارد

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۴- ماتریس لغز: ماتریسی است که تمام عناصر آن صفر باشند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۵- ماتریس همبانی: ماتریسی است که در آن تمام عناصر قطر اصلی برابر باشند باشند و بقیه عناصر لغز باشند.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۶- ماتریس متقارن: ماتریسی است که برابر با ترانژاده خود باشد (قطر اصلی)

یعنی $A = A^T$ در ماتریس‌های متقارن عناصر در دو طرف قطر اصلی یکسان هستند

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

تراشهاده یک ماتریس به این معناست که سطرهای ماتریس برابر ستون
های آن تبدیل می‌کند و بالعکس، یعنی اگر یک ماتریس A داشته باشیم که دارای m
سطر و n ستون تشکیل شده است، ماتریس تراشهاده آن را با A^T
نشان می‌دهیم و ابعاد آن $m \times n$ به $n \times m$ تغییر می‌کند.

 $m \times n$ $n \times m$

مثال: ماتریس A به صورت زیر می‌باشد، تراشهاده آن را نام‌گذاری کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad 2 \times 3$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad 3 \times 2$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \quad 3 \times 2$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 2 \times 3$$

ویژگی‌های مهم ماتریس تراشهاده:

$$(A^T)^T = A$$

۱-

$$(A \times B)^T = B^T \times A^T$$

۲- تراشهاده از حاصل ضرب

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(A-B)^T = A^T - B^T$$

۳- ترانپوز از جمع یا تفریق

$$I^T = I$$

۴- ترانپوز از ماتریس همانی

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

عملیات روی ماتریس‌ها

جمع و تفریق ماتریس‌ها: برای جمع یا تفریق ماتریس‌ها باید ماتریس‌ها هم اندازه باشند
یعنی تعداد سطرها و ستونها باید برابر باشند.

مثال: ماتریس A و B به این صورت است حل کنید.

$$A+B=?$$

$$A-B=?$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{vmatrix} 2+1 & 4+3 \\ 9+5 & 1+7 \end{vmatrix} \quad A-B = \begin{vmatrix} 2-1 & 4-3 \\ 9-5 & 1-7 \end{vmatrix}$$

$$A+B = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 14 & 8 \end{vmatrix} \quad A-B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -6 \end{vmatrix}$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

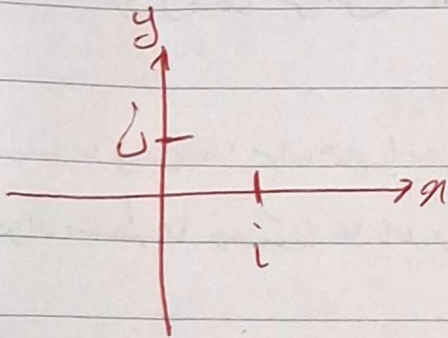
ضرب دو ماتریس
 ضرب دو ماتریس A و B زمانی تعریف می‌شود که تعداد ستون‌های ماتریس A برابر با تعداد سطرهاي ماتریس B باشد.

$$B = \begin{bmatrix} b_{ij} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}$$

$$C = A \times B$$

$$C_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$$



$$A \times B = B \times A = I$$

ماتریس معکوس

فرض کنید ماتریس A به شکل زیر می باشد و ماتریس معکوس آن را پیدا کنید.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$



$$A^{-1} = \frac{1}{(2 \times 5) - (3 \times 4)} = \frac{1}{10 - 12} = \frac{1}{-2}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

ماتریس معکوس می باشد

یا

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

مثال: مقدار a را بیست کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2a-1 \end{bmatrix}$$

$$2a-1=10$$

$$2a=11$$

$$a = \frac{11}{2}$$

تمرین: فرض کنید ماتریس A به شکل زیر است $2A$ را بیست کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 2 & -4 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow 3B = \begin{bmatrix} 15 & -3 \\ -6 & 3 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{bmatrix} -11 & 9 \\ 8 & -7 \\ 8 & 19 \end{bmatrix}$$

Date: / /

Sat

Sun

Mon

Tue

Wed

Thu

Subject:

$$A = \begin{bmatrix} r & r & 1 \\ 1 & r & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & r \\ r & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Correct

$$D = \frac{1}{r} B - \frac{r}{r} A$$

$$D = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -1 & r \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \frac{r}{r} \begin{bmatrix} r & r & 1 \\ 1 & r & 0 \end{bmatrix}$$

⇓

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} & \frac{r}{r} \\ 0 & \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} +\frac{r}{r} & +r & +\frac{r}{r} \\ +\frac{r}{r} & +\frac{r}{r} & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{r} & -\frac{\Delta}{r} & 0 \\ -\frac{r}{r} & -\frac{\Delta}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{for } r=1$$

Date: _____

Sat Sun Mon Tue Wed Thu

Subject: _____

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (1 \times 1) + (2 \times -1) & (1 \times 2) + (2 \times 1) & (1 \times 3) + (2 \times 2) \\ (2 \times 1) + (3 \times -1) & (2 \times 2) + (3 \times 1) & (2 \times 3) + (3 \times 2) \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 7 \\ -1 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

Ans

Ans

این از مباحث جالب و کاربردی در ریاضیات گسسته، نظریه گراف ها می باشد.
این نظریه به بررسی ساختار های ریاضی، به نام گراف ها می پردازد و در
حل مسائل مختلف در زمینه های متنوع مانند شبکه های کامپیوتر، مهندسی
تحلیل احتمالی، الگوریتم ها و کاربرد دارد.

اَقْرَبُ نَافَا

نرماف ها به طور کلی، شامل صحنه ای از رئوس (که گاهی نقاط باره ها) نامیده می شوند و یال ها (که گاهی به آن ها لبه ها یا اتصالات گفته می شود) می باشند. یک رئوس می تواند به صورت ساده یا پیچیده باشد و به دو نوع تقسیم می شود.

۱) توان های بدون جهت: در این نوع تکرک ها پیل ها هیچ جهت خاصی ندارند.
یعنی اگر پایی از راست A به راست B وجود داشته باشد، آنها نظیر یکدیگر از A به B می توان حرکت کرد.

۲) توابعی جهت دار: در این نوع گراف ها، هر یال یک جهت مشخص دارد یعنی اگر یالی از رأس A به رأس B وجود داشته باشد، نمی توان از B به A رفت. هر اینکه یک یال جداگانه از B به A وجود داشته باشد.

تقریباً ۱۰۰

مکثرات معمولی G را می توان به صورت $(V, E) = G$ نوشت.

که V مجموعه‌ای از رئوس G است و E مجموعه‌ای از یال‌های
مورد نظر می‌باشد که هر کدام یک جفت مرتب از رئوس را به هم وصل می‌کنند
مال: فرض کنید



بسیار از آنجا که روابط دوستانه من آنها وجود دارد، این افراد را با راس‌های نشان من درهم و روابط دوستانه را با یال‌ها به هم وصل می‌کنم. اگر شخص A با شخص B و شخص C دوست باشد و شخص B با شخص D دوست باشد، روابط به صورت A, B, C, D و یال‌ها به صورت (A, B) و (B, C) و (B, D) است. این‌ها به صورت (A, B) و (B, C) و (B, D) است. چون روابط دو طرفه است.

مفاهیم پایه در نظریه گراف‌ها

- ۱) **درجه یک راس:** درجه یک راس در گراف به تعداد یال‌های گره که به آن راس متصل است، به عبارت دیگر این مقدار، نشان دهنده تعداد ارتباطات یا اتصالات یک گره در گراف می‌باشد. در گراف‌های بدون جهت درجه یک راس برابر با تعداد یال‌های متصل به آن راس می‌باشد. در گراف‌های جهت‌دار دو نوع درجه وجود دارد: **درجه ورودی (تعداد یال‌هایی که به راس وارد می‌شوند)** و **درجه خروجی (تعداد یال‌هایی که از راس خارج می‌شوند)**.
- ۲) **مسیر:** یک مسیر در گراف، مجموعه‌ای از یال‌ها می‌باشد که از راسی به راس دیگر می‌روند. اگر هیچ راس یا یالی در مسیر تکرار نشود، مسیر را **مسیر ساده** می‌نامند.
- ۳) **حلقه:** یک مسیر که ابتدا و انتهای آن یک راس مشترک دارد و سایر راس‌ها تکرار نمی‌شوند، حلقه نامیده می‌شود.
- ۴) **وصل بودن گراف:** یک گراف به عنوان یک گراف وصل شناخته می‌شود اگر بین هر دو راس در گراف یک مسیر وجود داشته باشد. اگر گراف وصل نباشد، آن گراف را **ناوصل** می‌نامیم.

۱) درخت: درخت یک نوع خاص می باشد که هیچ حلقه ای ندارد و اینها هر دو راس تنها یک میروید دارد، درخت ها در مسائل مختلف مانند ساختار دایرکتوری در سیستم عامل ها و الگوریتم های جستجو و برنامه ریزی بسیار مفید هستند.

کاربردهای نظریه گراف ها

نظریه گراف ها کاربردهای زیادی در دنیای واقعی دارد که برخی از آنها عبارتند از:

۱) شبکه های کامپیوتری: در شبکه کامپیوتری گراف ها برای مدل سازی اتصالات بین کامپیوترها استفاده می شود. هر کامپیوتر یک دستگاه، یک راس می باشد و یال ها اتصالات بین دستگاه ها را نشان می دهند. این مفاهیم برای الگوریتم های میرایی شبکه، مدیریت ترافیک داده ها و پهنای باند شبکه ها حیاتی هستند.

۲) مسائل حمل و نقل: گراف ها برای مدل سازی سیستم های حمل و نقل استفاده می شوند به طور مثال، ایستگاه های قطار یا اتوبوس به عنوان راس ها و مسیرهای بین آنها به عنوان یال ها در نظر گرفته می شوند. این مدل سازی پویا در میرایی بهینه و حل مسائل میرایی در سیستم های حمل و نقل بسیار مفید می باشد.

۳) شبکه های اجتماعی: در شبکه های اجتماعی افراد به عنوان راس ها و ارتباطات بین آنها به عنوان یال ها نشان داده می شود. تحلیل شبکه های اجتماعی مانند شناسایی افراد کلیدی یا تحلیل الگوهای ارتباطی با استفاده از مفاهیم گراف ها امکان پذیر می باشد.

④ الگوریتم‌های جست و جو و مرتب سازی: در بسیاری از الگوریتم‌ها

جست و جو و مرتب سازی مانند الگوریتم جست و جو عمیقی DFS و جست و جو عرضی BFS از گراف‌ها استفاده می‌نور این الگوریتم‌ها می‌توانند برای حل مسائل مختلفی از جمله پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر یا تحلیل ساختار داده‌ها، استفاده شوند.

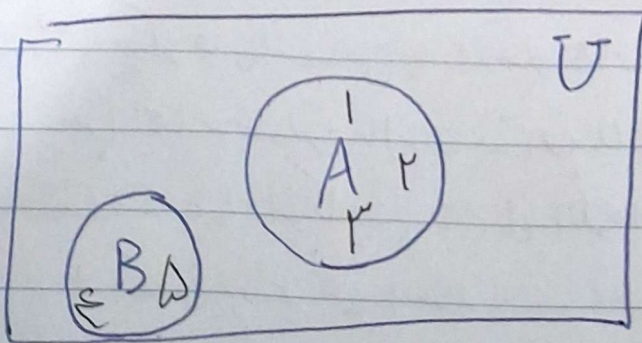
⑤ تحلیل داده‌های پیچیده: در تحلیل داده‌های پیچیده مانند تحلیل ساختار مولکولی در شیمی و ترتیب شانس گراف‌ها می‌توانند برای مدل‌سازی روابط بین مولکول‌ها و اتم‌ها به کار روند.

۱۴۰۲/۹/۲۴

جلسه پنجم

مفردات و مفاهیم

مفردات و مفاهیم، عناصری نظری مجموعه‌ها بر سایر مجموعه‌ها از نقاط در صفحه می‌باشند، مجموعه عمومی U با درون یک مستطیل رسم شده و سایر مجموعه‌ها، با قرص‌های دایره‌ای استقلال نشان داده می‌شوند، هرگاه ACB آنگاه $A \subset B$ (در مجموعه)



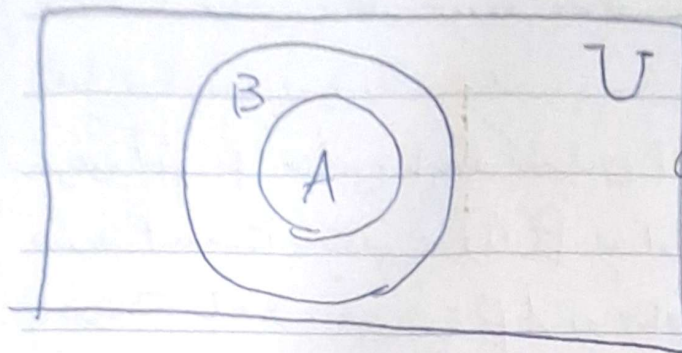
قرص A کاملاً در دایره B قرار دارد

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5\}$$

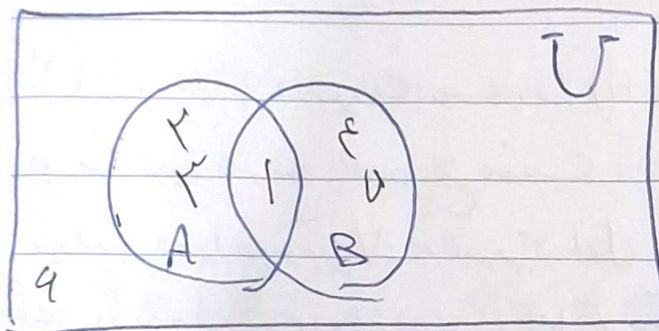
A و B از هم جدا هستند.

ولی اگر A و B از هم جدا باشند این عنصر مشترکی ندارند
 آنگاه دایره نمایندگی A از قوس نمایندگی B جدا می باشد



ولی اگر A و B مجموعه
 دلخواه باشند ممکن است عناصری
 در A باشند ولی در B نباشند
 اشیایی در B باشند ولی در A

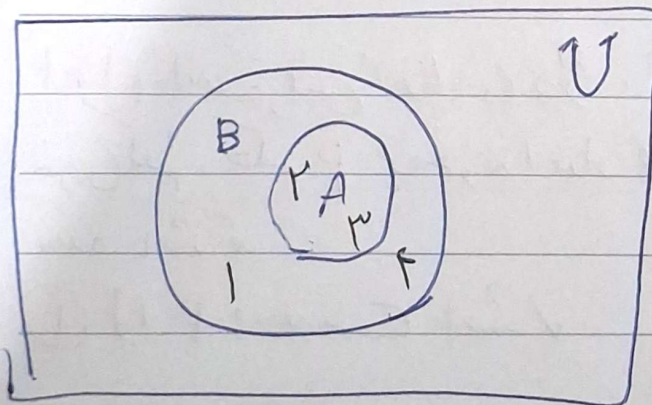
نباشند. اشیایی در A و B باشند و اشیایی نه در A باشند نه در B



$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 4, 5\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



$$A = \{2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

استقرای ریاضی

یکی از خواص مهم مجموعه $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ که در بسیاری از صیاد ریاضی به کار می رود، به صورت زیر می باشد.

اصل استقرای ریاضی یک

فرض کنیم P حکمی باشد که برای اعداد صحیح مثبت N تعریف شده است. یعنی $P(n)$ به ازای هر n در N درست یا نادرست باشد، همچنین P از دو خاصیت زیر برخوردار باشد.

- ① $P(1)$ درست باشد ✓

- ② $P(n+1)$ در صورت درست بودن $P(n)$ درست باشد، در این صورت P به ازای هر عدد صحیح مثبت، درست است. ما این اصل را ثابت می کنیم در واقع وقتی N به صورت اصل موضوعی عنوان می شود، این اصل معمولاً به صورت اصل موضوع بیان می گردد.

اصل استقرای ریاضی دو

فرض کنیم حکم P به مجموعه اعداد صحیح مثبت N چنان تعریف شده باشد که

- ① $P(1)$ درست باشد ✓

- ② $P(n)$ در صورت درست بودن $P(k)$ به ازای هر $1 \leq k < n$ درست باشد، در این صورت P به ازای هر عدد صحیح مثبت درست خواهد بود.

تمرین ۲: از مجموعه های زیر کدام ها مساوی هستند

$$\underbrace{\{t, t, s\}}_1, \underbrace{\{s, t, r, s\}}_2, \underbrace{\{t, s, t, r\}}_3, \underbrace{\{s, r, s, t\}}_4$$

همه این مجموعه ها مساوی اند، ترتیب و تکرار اعضا، مجموعه را تغییر نمی دهند

تمرین ۳: با توجه بدانند $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ عضو های مجموعه های زیر را ذکر کنند

$$A = \{x \mid x \in N, 3 < x < 12\}$$

$$\rightarrow A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$B = \{x \mid x \in N, x \text{ زوج است}, x < 15\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

Date: / /

Sat

Sun

Mon

Tue

Wed

Thu

Fri

Subject:

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \underline{x+2=3}\}$$

$$\Rightarrow C = \{ \} \text{ یا } \emptyset$$

اعداد صحیح مثبتی که در شرط $x+2=3$ صادق باشند وجود ندارند
لذا مجموعه C شامل عنصری نیست به عبارت دیگر

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \underline{x+4=3}\}$$

$$C = \{ \} \text{ یا } \emptyset$$

اعداد صحیح مثبتی که در شرط $x+4=3$ صادق باشند وجود ندارند
لذا مجموعه C شامل عنصری نیست به عبارت دیگر

۹، ۱۵

جلسه ششم

استدلال‌ها

یک استدلال اظهار مثبتی است که می‌گوید، مجموعه داده نده ای از گزاره
مانند P_1 و P_2 و ... و P_n به نام مفروضات گزاره دیگری مانند Q
نتیجه را درست می‌دهد، مفهوم استدلال منطقی یا استدلال معتبر زمانی
معتبر است اگر وقتی همه مفروضات P_1 و P_2 و ... و P_n درست باشند
 Q درست است.

تمرین

مجموعه‌های زیر را در نظر بگیرید و زیر مجموعه بودن یا نبودن آنها را
بفروشید.

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

$$A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 5, 9\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{1, 2, 5, 6, 9\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 9\}$$

$$1) \emptyset, A$$

$$2) B, C$$

$$\emptyset \subset A$$

$$B \not\subset C$$

$$3) A, B$$

$$4) B, E$$

$$A \subset B$$

$$B \subset E$$

هـ) C, D

 $\therefore D, E$

$C \not\subseteq D$

 $D \not\subseteq E$

b) C, E

c) D, U

$$C \subseteq E$$
$$p_C \bar{U}$$

فہم

54, 9, 45

$$B = \{a, b, c\}, A = \{1, 2\}$$

تحریریں حصہ نسل

مکمل و اس

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$$
$$B \times A = \{(a, 1), (a, r), (b, 1), (b, r), (c, 1), (c, r)\}$$
$$A \times A = \{ (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \}$$

تمرین: فرض کنید که R بر رابطه $A = \{1, 2, 3\}$ به شکل زیر باشد:

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\} \quad R^{-1} = ? \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$$

تمرین: ماتریس زیر را معکوس کنید:

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow M_{R^{-1}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

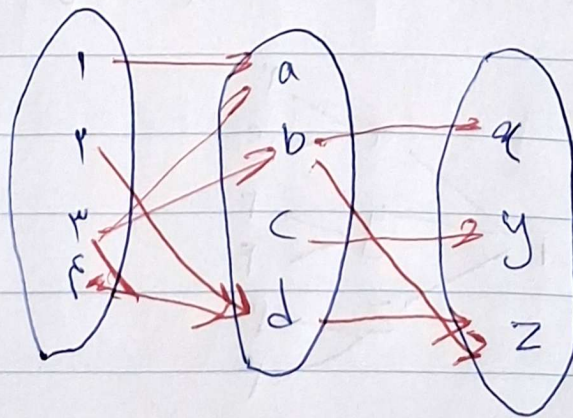
خط اصلی
تغییر می کند

تمرین: فرض کنید مجموعه های A, B, C به صورت زیر می باشد:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$C = \{x, y, z\}$$



$$R = \{(1, a), (2, d), (3, a), (3, b), (3, d)\}$$

$$S = \{(b, x), (b, z), (c, y), (d, z)\}$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject: _____

تمرین ۱: به فرض آنکه $B = \{a, b\}$ $A = \{1, 2, 3\}$

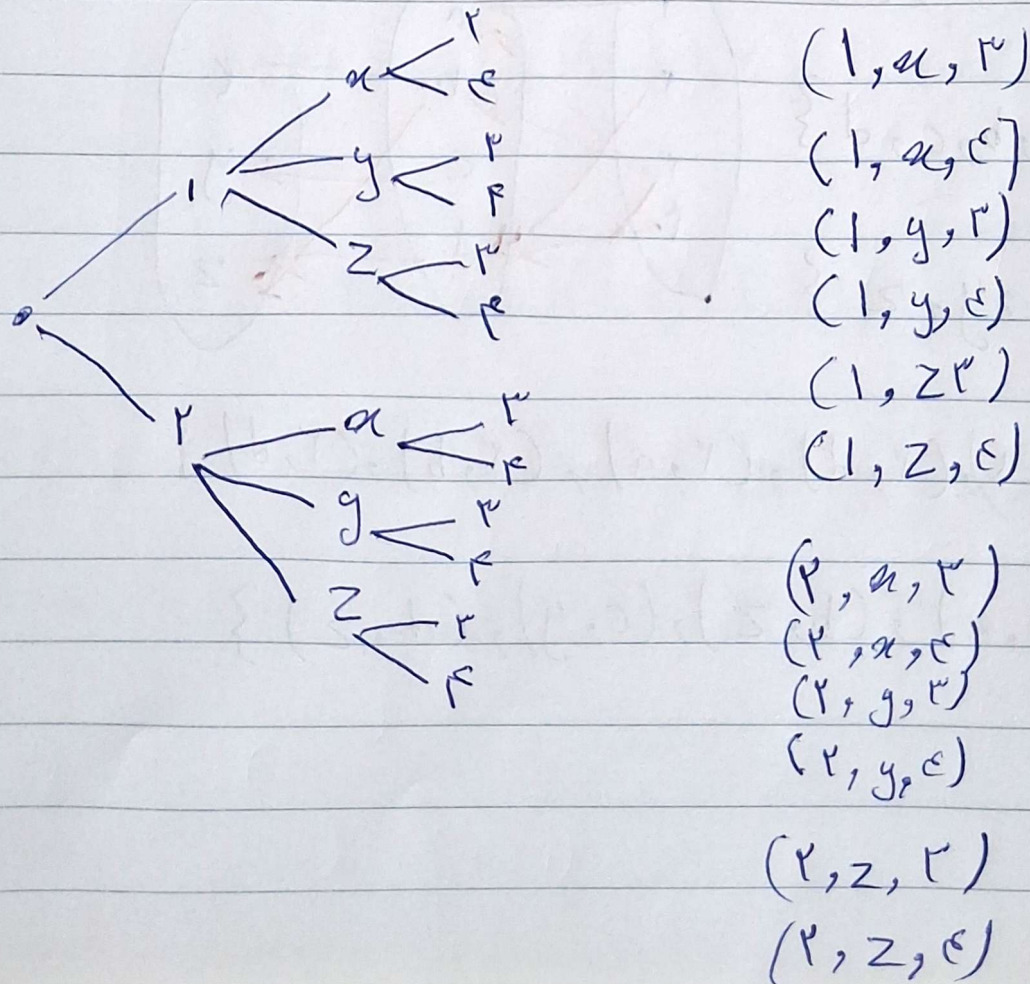
$$A \times B = ? \quad \{(1, a), (2, a), (3, a), (1, b), (2, b), (3, b)\}$$

$$B \times A = ? \quad \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

$$B \times B = ? \quad \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a)\}$$

تمرین ۲: $A \times B \times C$ را به روش نمودار درختی بدست آورید.

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{a, y, z\} \quad C = \{3, 4\}$$



تمرین ۱: فرض کنید $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{a, b, c\}$ ، $C = \{c, d\}$ مجموعه‌های

برابر را بنویسید: $A \times (B \cap C)$ ، $(A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times B$

۹، ۲، ۱، ۴، ۵ حل مسئله

از میان چند کتاب مختلفا چند روزی مختلفا وجود دارد که ۳ کتاب را بهار مطالعه انتخاب کنیم؟

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times (2 \times 1)} = \frac{120}{12} = 10$$

فرض کنید در یک بازی کارتی، یک دست از ۵ کارت، از یک دست ۵۲ تایی انتخاب می‌نماید، مقدار دست‌های ممکن چند است؟

$$C(52, 5) = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52!}{5!(47)!} = \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2,598,960$$

۲,۵۹۸,۹۶۰

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject:

تمرین ۱: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ مطلوب است

$$A \cup B? \quad A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cap B? \quad B = \{3, 4, 5, 6\}$$

تمرین ۲: یک ماتریس انتقال T در فضای دو بعدی به شکل زیر داده شده است
مطلوب است T^2 .

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} ((2 \times 2) + (3 \times 4)) & ((2 \times 3) + (3 \times 5)) \\ ((4 \times 2) + (5 \times 4)) & ((4 \times 3) + (5 \times 5)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 21 \\ 28 & 37 \end{bmatrix}$$

تمرین ۳: دنباله هندسی با اولین جمله $a_1 = 3$ و نسبت مشترک $r = 2$ را
در نظر بگیرید. سومی جمله این دنباله را بیابید.

$$a_n = a_1 \times r^{(n-1)}$$

نکته: فرمول عمومی دنباله هندسی به شکل زیر می باشد

$$a_n = 3 \times 2^{(n-1)} = 3 \times 2^{\frac{3-1}{1}} = 3 \times 2 = 12$$